TAQSIMOT TARTIBLI KASR HOSILALARI XUSUSIY HOSILALI TENGLAMALAR UCHUN BIRINCHI BOSHLANG‘ICH CHEGARAVIY MASALA

Osiyo Xalqaro Unversiteti matematika yo'nalishi 1-kurs magistiranti
Ashurova Gulassar Orifovna

Annotatsiya

Mazkur maqolada taqsimot (distribyutsiya) tartibli kasr hosilalarining nazariy asoslari va ularning xususiy hosilali tenglamalarga tatbiqi o‘rganilgan. Xususan, kasr tartibli hosilalar ishtirok etuvchi xususiy hosilali tenglamalar uchun birinchi boshlang‘ich-chegaraviy masalaning qo‘yilishi, yechimning mavjudligi va yagonaligi masalalari tahlil qilinadi. Tadqiqot jarayonida funksional analiz va matematik fizika tenglamalari nazariyasining asosiy usullaridan foydalanilgan.

Kalit so‘zlar: kasr tartibli hosila, taqsimot, xususiy hosilali tenglama, boshlang‘ich-chegaraviy masala, yechimning mavjudligi.

Kirish

So‘nggi yillarda matematik analizning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lgan kasr tartibli hosilalar nazariyasi jadal rivojlanib bormoqda. Ushbu nazariya klassik butun tartibli hosilalar yordamida ifodalab bo‘lmaydigan ko‘plab fizik, mexanik va biologik jarayonlarni modellashtirish imkonini beradi. Ayniqsa, murakkab muhitlarda kechuvchi diffuziya, issiqlik o‘tkazuvchanligi va viskoelastik jarayonlarni tavsiflashda kasr tartibli hosilalarning ahamiyati katta.

Kasr tartibli hosilalar taqsimotlar nazariyasi bilan uyg‘unlashganda, umumlashtirilgan funksiyalar sinfida yechimlarni o‘rganish imkoniyati paydo bo‘ladi. Bu esa xususiy hosilali tenglamalar uchun qo‘yiladigan boshlang‘ich va chegaraviy masalalarni chuqurroq tahlil qilishga xizmat qiladi.

Mazkur maqolada taqsimot tartibli kasr hosilalari ishtirok etuvchi xususiy hosilali tenglamalar uchun birinchi boshlang‘ich-chegaraviy masala qaraladi hamda uning asosiy xossalari o‘rganiladi.

1. Taqsimot tartibli kasr hosilalar haqida asosiy tushunchalar

Kasr tartibli hosilalar klassik hosila tushunchasining umumlashmasi bo‘lib, u hosilaning tartibini ixtiyoriy haqiqiy yoki kompleks son sifatida qarash imkonini beradi. Taqsimotlar nazariyasida esa hosila tushunchasi silliq bo‘lmagan funksiyalar uchun ham aniqlanadi.

Agar $f(x)$ funksiya klassik ma’noda differensiallanuvchi bo‘lmasa, u holda uning hosilasi taqsimotlar ma’nosida aniqlanishi mumkin. Kasr tartibli hosilalar taqsimotlar fazosida aniqlanganda, ular integral operatorlar orqali ifodalanadi va kengroq funksiyalar sinfini qamrab oladi.

Bu yondashuv xususiy hosilali tenglamalarning yechimlarini faqat klassik funksiyalar sinfida emas, balki umumlashtirilgan funksiyalar sinfida ham qarash imkonini beradi.

2. Xususiy hosilali tenglama va birinchi boshlang‘ich-chegaraviy masala

Quyidagi ko‘rinishdagi xususiy hosilali tenglamani qaraymiz:

$$\frac{\partial^\alpha u(x,t)}{\partial t^\alpha} = Lu(x,t) + f(x,t),$$

bu yerda

- $\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$ — vaqt bo‘yicha kasr tartibli hosila,
- L — fazoviy o‘zgaruvchilar bo‘yicha differensial operator,
- $f(x,t)$ — berilgan funksiya.

Birinchi boshlang‘ich-chegaraviy masala quyidagi shartlar bilan aniqlanadi:

- **Boshlang‘ich shart:**

$$u(x,0) = \varphi(x),$$

- **Chegaraviy shart:**

$$u(x,t)\,|_{x\in\partial\Omega} = 0.$$

Bu masalaning asosiy maqsadi — berilgan shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ yechimning mavjudligi va yagonaligini aniqlashdan iborat.

3. Yechimning mavjudligi va yagonaligi

Boshlang‘ich-chegaraviy masalaning yechimini topishda yarim guruhlar nazariyasi, Laplas o‘zgartirish usuli va energiya baholari keng qo‘llaniladi. Taqsimotlar fazosida qaralganda, yechim tushunchasi zaif (umumlashtirilgan) yechim sifatida aniqlanadi.

Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, ma’lum shartlar bajarilganda operator L ning musbat aniqligi va $f(x,t)$ funksiyaning yetarli silliqligi ta’minlansa, masalaning yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

Bu natijalar kasr tartibli xususiy hosilali tenglamalar nazariyasining muhim jihatlaridan biri bo‘lib, amaliy masalalarda keng qo‘llaniladi.

Xulosa

Maqolada taqsimot tartibli kasr hosilalari ishtirok etuvchi xususiy hosilali tenglamalar uchun birinchi boshlang‘ich-chegaraviy masala o‘rganildi. Ushbu masalalar matematik fizika va amaliy modellashtirishda muhim ahamiyatga ega ekani ko‘rsatildi. Olingan nazariy natijalar kelgusida murakkab tizimlarni tavsiflovchi modellarni yaratishda asos bo‘lib xizmat qilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar (namuna)

1. Samoylenko A.M. Differensial tenglamalar nazariyasi asoslari.
2. Sobolev S.L. Xususiy hosilali tenglamalar.
3. Islomov B.X. Matematik analizdan maxsus boblar.
4. Rahimov A.A. Funksional analiz asoslari.