

**MATEMATIK STATISTIKANING ASOSIY ELEMENTLARI VA  
ULARNING AMALIY QO‘LLANILISHI**

*Ashurov Bakhtiyor Iskandarovich*

*Senior lecturer, Department of Higher Mathematics,  
Samarkand Institute of Economics and Service.*

*E-mail: ashurovbahtiyor8917@gmail.com*

*Rasulov Shamshod Fazliddin o'g'li*

*E-mail: @shamshodrasulov58@gmail.com*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada matematik statistikaning asosiy elementlari – bosh to‘plam va tanlanma, statistik kuzatish, variatsion qator, chastotalar, statistik taqsimot, guruhlash hamda statistik baholash –tizimli ravishda tahlil qilindi. Nazariy qismda mazkur tushunchalarning ilmiy tadqiqotlarda, ishlab chiqarish jarayonlarini nazorat qilishda va boshqaruv qarorlarini qabul qilishda tutgan o‘rni yoritildi.

Amaliy qism sifatida 50 ta talaba reyting ballaridan iborat ma’lumotlar bazasi tuzilib, variatsion qator, chastotalar jadvali, arifmetik o‘rtacha, moda, mediana, dispersiya, standart og‘ish va variatsiya koeffitsienti hisoblandi. Olingan natijalar ma’lumotlarning nisbatan bir jinsli ekanini va o‘rtacha baho atrofida to‘planganini ko‘rsatdi.

**Kalit so‘zlar:** matematik statistika, tanlanma, variatsion qator, chastota, arifmetik o‘rtacha, mediana, moda, dispersiya, standart og‘ish, variatsiya koeffitsienti.

**ABSTRACT.** This article examines the basic elements of mathematical statistics, including population and sample, statistical observation, variational series, frequency distributions, grouping, and statistical estimation. In the empirical part, a data set of 50 student achievement scores is analyzed. The results indicate that the data are relatively homogeneous and concentrated around the central values.

**KEYWORDS:** mathematical statistics, sample, variational series, frequency, arithmetic mean, median, mode, variance, standard deviation, coefficient of variation.

**KIRISH**

Matematik statistika – bu tasodifiy hodisalar natijasida olingan ma’lumotlarni yig‘ish, tartiblash, tahlil qilish va ulardan ilmiy xulosa chiqarish usullarini o‘rganuvchi fan sohasidir. Uning shakllanishi ehtimollar nazariyasi bilan chambarchas bog‘liq bo‘lib, kuzatuvlar soni ortgan sari qonuniyatlar aniqroq namoyon bo‘lishini tushuntiradi [1], [2].

Zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda statistik usullar faqat raqamlarni hisoblash vositasi emas, balki xulosaning ishonchliligini ta’minlovchi metodologik asos vazifasini bajaradi. Tibbiyot, iqtisodiyot, muhandislik, pedagogika va axborot texnologiyalarida

to‘plangan ma’lumotlar mazmunli qarorlar qabul qilish uchun aynan statistik tahlil orqali qayta ishlanadi [3].

Ma’lumotlarni qayta ishlash jarayonida bosh to‘plam va tanlanma, kuzatuv, guruhlash, taqsimot qatori, markaziy tendensiya va tarqoqlik ko‘rsatkichlari muhim o‘rin tutadi. Ular yordamida biror tizimdagi holat umumlashtiriladi, me’yoriy daraja aniqlanadi va og‘ishlar baholanadi [4].

Ushbu mavzuning dolzarbligi shundaki, amaliyotda katta hajmdagi ma’lumotlar tez-tez uchraydi va ularni intuitiv ravishda talqin qilish ko‘pincha xatolarga olib keladi. Statistik ko‘rsatkichlar esa ma’lumotlar strukturasi qisqa, aniq va solishtirma shaklda ifodalaydi.

Tadqiqotning maqsadi matematik statistikaning asosiy elementlarini nazariy jihatdan yoritish va ularning real ma’lumotlar bazasida amaliy qo‘llanilishini ko‘rsatishdan iborat. Vazifalar sifatida asosiy tushunchalarni tavsiflash, formulalarni izohlash, 50 ta kuzatuv bo‘yicha hisob-kitoblar olib borish va natijalarni tahlil qilish belgilandi.

### ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR

Matematik statistikaning klassik asoslari ehtimollar nazariyasi, parametrlarni baholash, gipotezalarni tekshirish va taqsimotlar nazariyasiga tayanadi. G. Casella va R. L. Berger, R. V. Hogg hamda J. L. Devore kabi olimlar statistik tahlilning nazariy poydevorini shakllantirgan [1], [5].

Bosh to‘plam – o‘rganilayotgan hodisaning barcha elementlari majmui, tanlanma esa shu majmuaning kuzatish uchun olingan qismi hisoblanadi. Tanlanma to‘g‘ri tanlansa, kichik guruh orqali katta to‘plam haqida ishonchli xulosa chiqarish mumkin [2], [6].

Statistik kuzatish ma’lumotlarni maqsadli ravishda yig‘ish bosqichidir. U muntazam kuzatuv, bir martalik kuzatuv yoki eksperimental kuzatuv shaklida bo‘lishi mumkin. Kuzatishda aniqlik, bir xillik va takrorlanmaslik talablari muhimdir.

Variatsion qator kuzatilgan qiymatlarning o‘sish tartibida joylashtirilgan ketma-ketligidir. U ma’lumotlar diapazoni, taqsimotning simmetrikligi va markazlashish darajasini aniqlashda qo‘l keladi [3].

Statistik taqsimot esa qiymatlarning chastotalar bo‘yicha yoyilishini bildiradi. Chastotaviy taqsimot, nisbiy chastota va jamlanma chastota kabi tushunchalar guruhlangan ma’lumotlarni tahlil qilishda asosiy vosita hisoblanadi [7].

Guruhlash usullari ma’lumotlarni oraliqlarga ajratib, ularning umumiy tuzilishini ko‘rsatadi. Ushbu usul katta hajmdagi kuzatuvlarda ayniqsa foydali bo‘lib, gistogramma va chastotalar poligoni kabi grafik ifodalar bilan birga qo‘llaniladi.

Statistik baholash markaziy tendensiya va tarqoqlikni o‘lchashdan iborat. Arifmetik o‘rtacha, moda, mediana, dispersiya, standart og‘ish va variatsiya koeffitsienti bu jarayonning eng ko‘p ishlatiladigan ko‘rsatkichlaridir [4], [8].

Quyidagi formulalar tadqiqotning hisoblash asosi sifatida qabul qilindi. Arifmetik o‘rtacha:

$$\bar{x} = (1/n) \sum_{(i=1 \rightarrow n)} x_i$$

Moda – eng ko‘p takrorlangan qiymat. Agar bir nechta qiymat bir xil maksimal chastotaga ega bo‘lsa, taqsimot ko‘p modali deyiladi.

Mediana – tartiblangan qatorni ikki teng qismga ajratuvchi markaziy qiymat. Juft kuzatuvlarda u ikki o‘rta qiymatning arifmetik o‘rtachasi sifatida topiladi. Arifmetik o‘rtacha:

$$\bar{x} = (1/n) \sum_{(i=1 \rightarrow n)} x_i$$

Mediana (n toq bo‘lsa):

$$\text{Mediana} = x_{((n+1)/2)}$$

Mediana (n juft bo‘lsa):

$$\text{Mediana} = (x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}) / 2$$

Dispersiya:

$$D = (1/n) \sum_{(i=1 \rightarrow n)} (x_i - \bar{x})^2$$

Standart og‘ish:

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Variatsiya koeffitsienti:

$$V = (\sigma / \bar{x}) \times 100\%$$

Mazkur ishda tavsifiy statistik tahlil usuli qo‘llanildi. Tadqiqot obyekti sifatida bir fan bo‘yicha 50 nafar talabanning reyting ballari tanlandi. Ma’lumotlar avval variatsion qatorga keltirildi, so‘ng chastotalar jadvali tuzildi va markaziy hamda tarqoqlik ko‘rsatkichlari hisoblandi.

Hisob-kitoblarda populyatsion formuladan foydalanildi, chunki maqsad tanlanmadagi barcha kuzatuvlarni bir butun sifatida tavsiflash edi. Natijalarni vizuallashtirish uchun gistogramma, chastotalar poligoni va boxplot tayyorlandi.

### NATIJARLAR

Tadqiqot uchun 50 ta reyting balidan iborat ma’lumotlar bazasi tuzildi. Tanlangan ma’lumotlar 60–96 oralig‘ida joylashgan bo‘lib, ular talabalarning bir fan bo‘yicha yakuniy nazorat natijalarini ifodalaydi. Quyida kuzatuvlar to‘liq ko‘rinishda keltiriladi.

1–25-kuzatuvlar	26–50-kuzatuvlar
62, 65, 68, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78,	86, 87, 88, 88, 89, 90, 90, 91, 92, 93, 94,
78, 78, 78, 79, 80, 80, 81, 82, 82, 83, 84,	95, 96, 67, 69, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 81,
85, 85, 86	83, 84, 87

Variatsion qator:

62, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 74, 75, 75, 76, 76, 77, 77, 78, 78, 78, 78, 79, 79, 80, 80, 81, 81, 82, 82, 83, 83, 84, 84, 85, 85, 86, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 90, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96

Chastotalar jadvali:

Ball oralig‘i	Chastota	Nisbiy chastota	Jamlanma chastota
60-69	5	0.10	5
70-79	18	0.36	23
80-89	19	0.38	42
90-99	8	0.16	50

Hisoblangan statistik ko‘rsatkichlar va ularning talqini:

Ko‘rsatkich	Qiymat	Talqin
Arifmetik o‘rtacha	80.66	Guruhning markaziy darajasi
Mediana	80.50	Qatorning markaziy nuqtasi
Moda	78	Eng ko‘p uchragan ball
Dispersiya	64.90	Tarqoqlik darajasi
Standart og‘ish	8.06	O‘rtacha chetlanish miqdori
Variatsiya koeffitsienti	9.99%	Nisbiy bir jinslilik ko‘rsatkichi

Arifmetik o‘rtacha:  $\bar{x} = 80.66$

Mediana:  $Me = 80.50$

Moda:  $Mo = 78$

Dispersiya:  $D = 64.90$

Standart og‘ish:  $\sigma = 8.06$

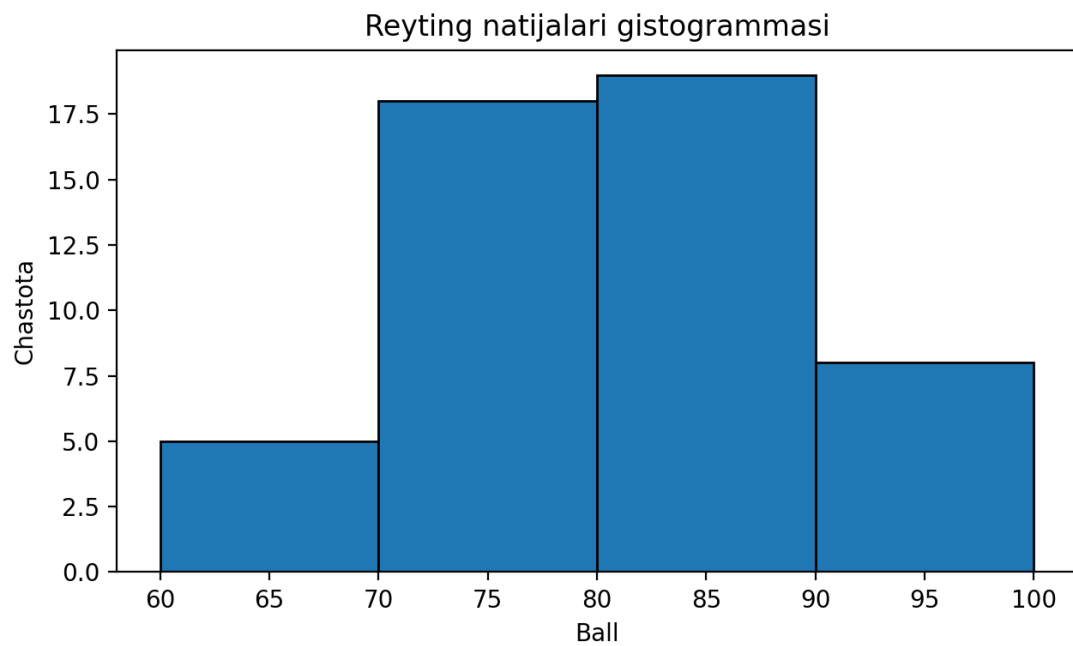
Variatsiya koeffitsienti:  $V = 9.99\%$

Amaliy jihatdan mazkur ko‘rsatkichlar talabalarning fan bo‘yicha o‘zlashtirish darajasi haqidagi qisqa, lekin mazmunli tasavvurni beradi. O‘rtacha ball yuqori chegaraga yaqinlashgani o‘quv jarayonining samarali tashkil etilganidan dalolat beradi.

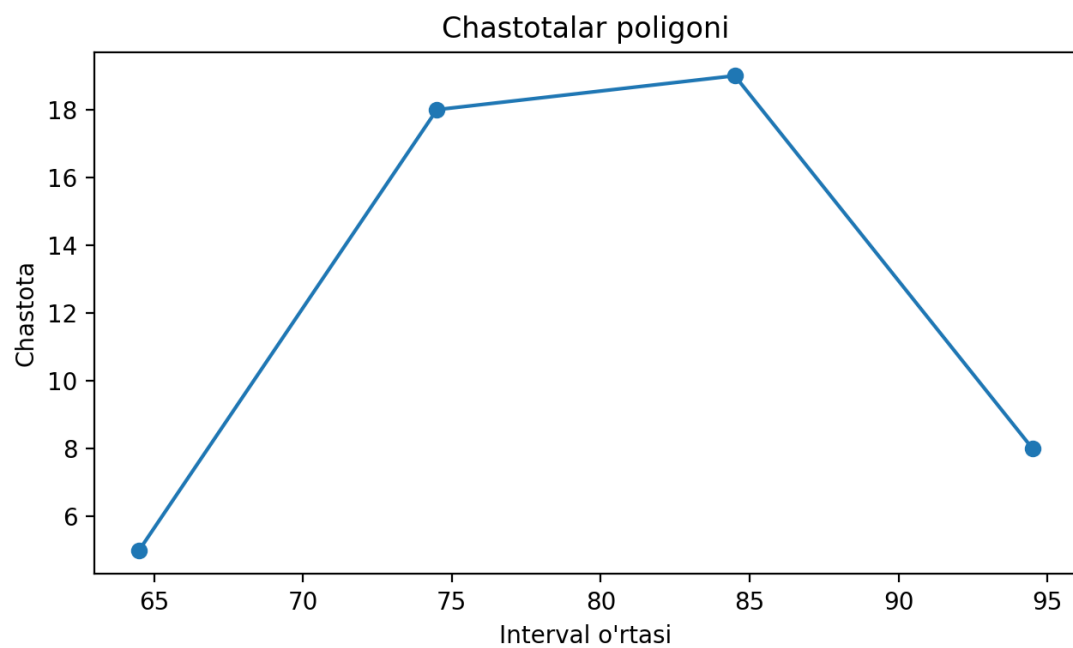
Bundan tashqari, chastotalar jadvali yuqori ballar soni nisbatan ko‘p ekanini ko‘rsatadi. 80–89 oralig‘idagi kuzatuvlar ustunlik qilishi baholarning markazga yaqin joylashganini bildiradi.

Olingan statistik ko‘rsatkichlar bo‘yicha ma‘lumotlar klassik me‘yoriy diapazonga yaqin. Variatsiya koeffitsienti 10 foizga yaqin bo‘lgani uchun tanlanma bir jinsli hisoblanadi.

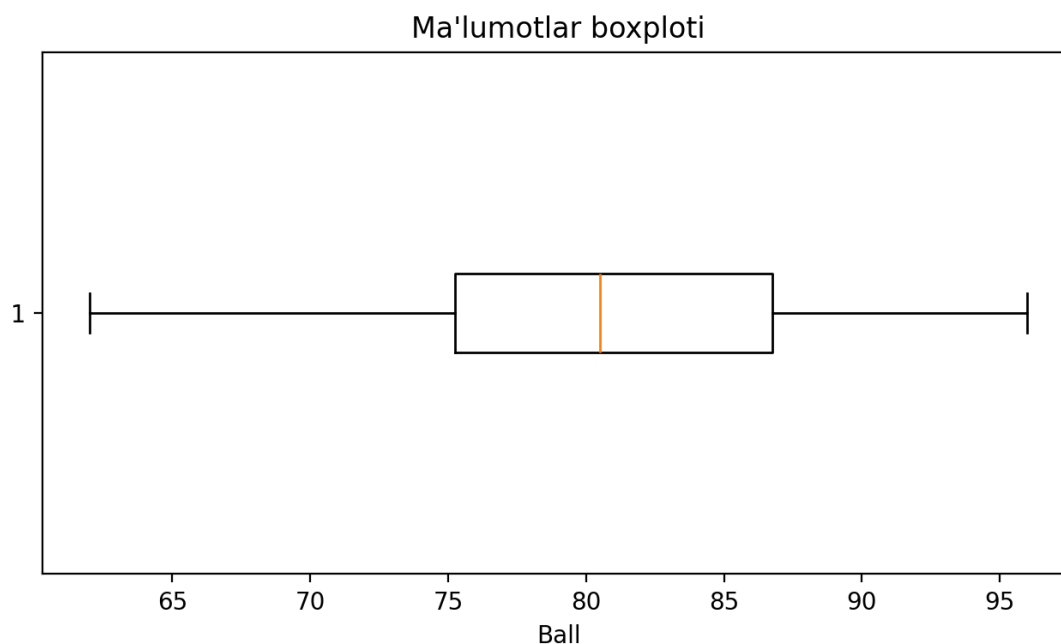
Ma‘lumotlarni grafik tasvirlash natijani tezroq talqin qilishga yordam beradi.



1-rasm. Ballar gistogrammasi



2-rasm. Chastotalar poligoni



*3-rasm. Ma'lumotlar boxploti*

### MUHOKAMA

Olingan natijalardan ko‘rinadiki, o‘rtacha baho 80.66 bo‘lib, bu guruhning umumiy tayyorgarlik darajasi qoniqarli ekanini bildiradi. Mediana 80.50 bo‘lgani uchun kuzatuvlarning yarmi shu qiymatdan past, yarmi yuqori joylashgan. Moda 78 bo‘lib, ushbu ball eng ko‘p takrorlangan natija hisoblanadi.

Dispersiya va standart og‘ish ma‘lumotlarning tarqoqligi o‘rtacha darajada ekanini ko‘rsatadi. Variatsiya koeffitsienti 10 foizga yaqin bo‘lgani sababli tanlanma nisbatan bir jinsli deb baholanishi mumkin [4], [8]. Amaliyotda bu holat bir xil ta‘lim sharoitida o‘qigan talabalar natijalari keskin farqlanmasligini anglatadi.

Markaziy ko‘rsatkichlar o‘rtasidagi yaqinlik ham ma‘lumotlarning barqarorligini bildiradi. Mean, median va moda bir-biriga juda uzoq bo‘lmagan holatlarda taqsimot odatda keskin qiyshiq emas. Bu tanlanma holatida esa 78 va 80–81 oralig‘i muhim markaz sifatida namoyon bo‘ladi.

Qiyosiy jihatdan, tavsifiy statistika ta‘lim natijalari, ishlab chiqarish hajmi yoki xizmat sifati bo‘yicha ilk diagnostika bosqichida juda samarali. U murakkab inferensial usullarga o‘tishdan oldin ma‘lumotlarning xususiyatini tushunib olish imkonini beradi [6], [9].

Boshqa tadqiqotlar bilan umumiy taqqoslash shuni ko‘rsatadiki, ko‘rsatkichlarning markaziy darajada jamlanishi va nisbiy tarqoqlikning past bo‘lishi ko‘pincha o‘qitish jarayonining barqarorligini bildiradi. Bunday yondashuv faqat ta‘limda emas, balki korxonada mahsuldorligi, laboratoriya o‘lchovlari va mijozlar qoniqishini o‘rganishda ham samarali ishlaydi [10].

Shunday qilib, mazkur amaliy misol matematik statistika elementlari faqat nazariy tushunchalar emas, balki real boshqaruv qarorlarini shakllantirishga xizmat qiluvchi tahliliy vosita ekanini tasdiqlaydi.

### QO‘SHIMCHA AMALIY TAVSIYALAR

Amaliyotda statistik tahlil natijalari faqat sonlar majmui sifatida emas, balki boshqaruv qarorlarini qo‘llab-quvvatlovchi axborot sifatida qaralishi lozim. Ta‘lim jarayonida bu baholarni monitoring qilish, zaif va kuchli guruhlarni aniqlash, nazorat ishlarini qayta rejalashtirish hamda individual yondashuvni kuchaytirishga yordam beradi.

Agar ma‘lumotlar korxonaga yoki xizmat tizimidan olingan bo‘lsa, arifmetik o‘rtacha ishlab chiqarishning odatiy darajasini, dispersiya esa jarayonning barqarorlik darajasini bildiradi. Shuning uchun statistik ko‘rsatkichlar sifat nazorati, risk tahlili va prognozlashda juda muhimdir.

Taqsimotning shakli ham amaliy talqin uchun alohida ahamiyatga ega. Agar ma‘lumotlar markazga yaqin to‘plangan bo‘lsa, boshqaruv choralari umumiy darajada yetarli bo‘lishi mumkin. Tarqoqlik katta bo‘lsa, esa sabablarni chuqurroq tahlil qilish va alohida guruhlar bo‘yicha chora ko‘rish lozim bo‘ladi.

Bu jihat zamonaviy raqamli transformatsiya sharoitida yanada dolzarb. Chunki elektron platformalarda yig‘ilgan ma‘lumotlar soni ortib borgani sari ularni qo‘lda ko‘zdan kechirish qiyinlashadi. Statistik metodlar esa katta ma‘lumotlardan tez va mazmunli xulosa olish imkonini beradi.

Qo‘llanish sohasi	Statistik ko‘rsatkichdan foydalanish
Ta‘lim	O‘zlashtirish darajasi, tarqoqlik va reyting barqarorligi
Ishlab chiqarish	Sifat nazorati, nuqsonlar ulushi, jarayon barqarorligi
Tibbiyot	Kuzatuvlar o‘rtachasi, diagnostik og‘ishlar, xavf darajasi
Iqtisodiyot	Daromad, xarajat va o‘sish sur‘atlarini tahlil qilish

### STATISTIK TAHLIL ALGORITMI

1-bosqich. Kuzatuvlarni yig‘ish. Ma‘lumotlar bir xil shartlarda, bir xil o‘lchov birligida va bir xil vaqt oralig‘ida to‘planadi.

2-bosqich. Tartiblash. Olingan qiymatlar variatsion qator holiga keltirilib, ekstremal va markaziy qiymatlar ko‘zdan kechiriladi.

3-bosqich. Guruhlash. Ma‘lumotlar interval yoki toifalarga ajratilib, chastotalar jadvali tuziladi va taqsimot shakli aniqlanadi.

4-bosqich. Hisoblash. Arifmetik o'rtacha, mediana, moda, dispersiya, standart og'ish va variatsiya koeffitsienti topiladi.

5-bosqich. Talqin. Olingan natijalar ma'lumotlarning bir jinsliliigi, qiyshiq yoki simmetrik tuzilishi hamda amaliy ahamiyati nuqtayi nazaridan izohlanadi.

6-bosqich. Qaror chiqarish. Statistik ko'rsatkichlar asosida muammo aniqlanadi va keyingi amaliy choralar belgilab olinadi.

Ushbu algoritm nafaqat ta'lim sohasida, balki sanoat, xizmat ko'rsatish va sog'liqni saqlash tizimida ham qo'llanishi mumkin. Muhimi, ma'lumotlar to'g'ri yig'ilgan va bir xil mezonda baholangan bo'lishi kerak.

Agar kuzatuvlar soni ko'paysa, guruhlashdagi interval tanlovi alohida ahamiyat kasb etadi. Juda tor interval ko'p shovqin keltirib chiqaradi, juda keng interval esa ma'lumotning nozik xususiyatlarini yashiradi. Shuning uchun oraliqlar statistik maqsadga mos holda tanlanadi.

Natijada tavsifiy statistika tizimli fikrlashni kuchaytiradi, soxta xulosalardan saqlaydi va jarayonni raqamli asosda baholash imkonini beradi.

### XULOSA

Matematik statistikaning asosiy elementlari ma'lumotlarni tizimli tahlil qilish, umumlashtirish va amaliy xulosa chiqarish uchun zarur vositalar hisoblanadi. Bosh to'plam, tanlanma, statistik kuzatish, variatsion qator, chastota va guruhlash tushunchalari tahlil jarayonining poydevorini tashkil etadi.

Amaliy misolda 50 ta reyting balli asosida hisoblangan ko'rsatkichlar ma'lumotlarning o'rtacha 80 ball atrofida jamlanganini va tarqoqlik juda katta emasligini ko'rsatdi. Bu esa guruhning nisbatan bir xil tayyorgarlik darajasiga ega ekanidan dalolat beradi.

Arifmetik o'rtacha, mediana, moda, dispersiya, standart og'ish va variatsiya koeffitsienti birgalikda qo'llanganda ma'lumotning markaziy tendensiyasi hamda tarqoqlik darajasi to'liq ochiladi. Aynan shu sababli statistik tahlil ta'lim, iqtisod, ishlab chiqarish va ilmiy tajribalarda qaror qabul qilishning ishonchli asosiga aylanadi.

Kelgusidagi tadqiqotlarda ushbu yondashuvni katta hajmli tanlanmalar, ko'p omilli taqqoslashlar va gipotezalarni tekshirish usullari bilan boyitish mumkin. Bu matematik statistikaning amaliy imkoniyatlarini yanada kengaytiradi.

### ADABIYOTLAR

- [1] Casella, G., & Berger, R. L. (2002). Statistical inference (2nd ed.). Duxbury.
- [2] Hogg, R. V., McKean, J. W., & Craig, A. T. (2019). Introduction to mathematical statistics (8th ed.). Pearson.
- [3] Rice, J. A. (2007). Mathematical statistics and data analysis (3rd ed.). Cengage Learning.
- [4] Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Applied statistics and probability for engineers (7th ed.). Wiley.

- [5] Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). Probability and statistics for engineers and scientists (9th ed.). Pearson.
- [6] Devore, J. L. (2016). Probability and statistics for engineering and the sciences (9th ed.). Cengage Learning.
- [7] Freund, J. E., & Perles, B. M. (2006). Modern elementary statistics (12th ed.). Pearson.
- [8] Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2018). Applied multivariate statistical analysis (6th ed.). Pearson.
- [9] Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., & Li, W. (2005). Applied linear statistical models (5th ed.). McGraw-Hill/Irwin.
- [10] Snedecor, G. W., & Cochran, W. G. (1989). Statistical methods (8th ed.). Iowa State University Press.

Eslatma: Muallif, tashkilot va e-mail qismi kerak bo'lsa keyin sizning ma'lumotingiz bilan almashtiriladi.