# CHIZIQLI PROGRAMMALASHTIRISH MASALALARINING GEOMETRIK TALQINI VA OPTIMAL YECHIMLARINI TADQIQ ETISH

**_Ashurov Bakhtiyor Iskandarovich_**
_Senior lecturer, Department of Higher Mathematics,_
_Samarkand Institute of Economics and Service._
_E-mail: ashurovbahtiyor8917@gmail.com_
**_Rasulov Shamshod Fazliddin o'g'li_**
_E-mail: @shamshodrasulov58@gmail.com_

## ANNOTATSIYA

Annotatsiya. Mazkur maqolada chiziqli programmalashtirish masalalarining geometrik talqini, ruxsat etilgan yechimlar sohasi, ekstremal nuqtalar va optimal yechimlar tushunchalari tizimli ravishda tahlil qilindi. Tadqiqotning nazariy qismida maqsad funksiyasi va cheklovlar tizimi orqali iqtisodiy-matematik model qurish tamoyillari, burchak nuqtalar teoremasining mazmuni hamda simpleks usulining geometrik usul bilan bog‘liqligi yoritildi. Amaliy qismda ikki o‘zgaruvchili chiziqli programmalashtirish masalasi tanlanib, koordinata o‘qlari, cheklovlar chiziqlari va ruxsat etilgan soha aniqlandi. Barcha burchak nuqtalar hisoblanib, maqsad funksiyasi qiymatlari solishtirildi. Natijada optimal yechim $(x_1, x_2) = (20, 60)$ va optimal qiymat $Z = 2600$ ekani ko‘rsatildi. Maqola geometrik usulning didaktik va amaliy afzalliklarini hamda uning katta o‘lchamli masalalarda simpleks va ichki nuqta usullariga o‘tish uchun nazariy poydevor bo‘lib xizmat qilishini asoslaydi.

**Kalit so‘zlar:** chiziqli programmalashtirish, geometrik usul, ruxsat etilgan soha, optimal yechim, burchak nuqta, simpleks usuli, iqtisodiy model, optimallashtirish, konveks ko‘pburchak.

## ABSTRACT

Abstract. This article examines the geometric interpretation of linear programming problems, the feasible region, extreme points, and the concept of an optimal solution. The theoretical part discusses the construction of economic-mathematical models through an objective function and a system of constraints, the meaning of the corner-point theorem, and the relationship between the geometric method and the simplex algorithm. In the empirical part, a two-variable linear programming problem is solved step by step by drawing the coordinate axes, plotting the constraint lines, identifying the feasible set, listing all corner points, and evaluating the objective function at each vertex. The results show that the optimal solution is $(x_1, x_2) = (20, 60)$, with the maximum objective value $Z = 2600$. The study argues that the geometric method remains highly valuable for teaching, interpretation, and verification, while also providing a conceptual bridge to simplex and interior-point methods.

**Keywords:** linear programming, geometric method, feasible region, optimal solution, corner point, simplex method, economic model, optimization, convex polygon.

## KIRISH (INTRODUCTION)

Optimallashtirish nazariyasi XX asrning oʻrtalarida resurslar tanqisligi, ishlab chiqarishni rejalashtirish, transport, harbiy logistika va iqtisodiy boshqaruvdagi amaliy ehtiyojlardan kelib chiqib tez rivojlandi. Uning markazida resurslarni cheklovlar ostida eng maqsadga muvofiq taqsimlash gʻoyasi turadi. Chiziqli programmalashtirish aynan shu tamoyilning eng sodda, ammo eng qudratli ifodalaridan biri boʻlib, u maqsad funksiyasi hamda chiziqli cheklovlar tizimi orqali qaror qabul qilishni matematik asosga koʻchiradi. Zamonaviy adabiyotlarda bu yondashuv nafaqat klassik ishlab chiqarish masalalarida, balki tarmoq optimallashtirish, energiya tizimlari, ta’minot zanjiri, sogʻliqni saqlash va ma’lumotlar tahlili kabi koʻplab sohalarda ham qoʻllanilayotgani koʻrsatiladi [1], [5], [11].

Chiziqli programmalashtirishning iqtisodiyotdagi oʻrni uning interpretativ quvvatida namoyon boʻladi: model quruvchi qaror oʻzgaruvchilarini aniqlaydi, cheklovlarni iqtisodiy yoki texnik mazmunga ega tengsizliklar sifatida yozadi va maqsad funksiyasi yordamida foyda, xarajat yoki vaqt kabi mezonlarni optimallashtiradi. Bunda ikki oʻzgaruvchili masalalar oʻquv va tadqiqot amaliyotida alohida ahamiyatga ega, chunki ular koʻp oʻlchovli muammolarning geometriyasi qanday ishlashini koʻz bilan koʻrish imkonini beradi. Aynan shu sababli geometrik talqin chiziqli programmalashtirishni oʻrganishda boshlangʻich, ammo hal qiluvchi bosqich hisoblanadi [2], [3].

Mavzuning dolzarbligi shundaki, iqtisodiy va ishlab chiqarish tizimlari tobora murakkablashib borar ekan, qaror qabul qilish jarayonini intuitiv mulohazadan aniq matematik hisob-kitobga oʻtkazish zarurati kuchaymoqda. Koʻp hollarda amaliy masalani dastlab oddiy ikki oʻzgaruvchili holatda tasavvur qilish, soʻng uni umumiy n-oʻlchovli modelga yoyish orqali nazariy va amaliy tushuncha mustahkamlanadi. Geometrik usul bu jarayonda nafaqat yechim topish vositasi, balki modelning mantiqiy toʻgʻriligini tekshirish, ekstremal nuqtalarni aniqlash va optimal yechimning mavjud-yu yoʻqligini anglash uchun ham xizmat qiladi [4], [6].

Ushbu maqolaning maqsadi chiziqli programmalashtirish masalalarining geometrik talqinini nazariy jihatdan ochib berish, ruxsat etilgan yechimlar sohasi va optimal nuqtalar haqidagi asosiy tushunchalarni izchil bayon qilish hamda bir konkret ikki oʻzgaruvchili masala misolida toʻliq amaliy yechimni koʻrsatishdan iborat. Tadqiqot vazifalari quyidagilardan iborat: modelni formal koʻrinishda yozish; cheklovlar chiziqlarini chizish; ruxsat etilgan sohani aniqlash; barcha burchak nuqtalarni topish; maqsad funksiyasini har bir nuqtada hisoblash; optimal nuqtani va optimal qiymatni aniqlash; hamda geometrik usul natijalarini simpleks va zamonaviy optimallashtirish metodlari bilan qiyoslash.

**ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR (LITERATURE REVIEW AND METHODS)**

Chiziqli programmalashtirish nazariyasi matematik modellashtirishning eng muvaffaqiyatli yo‘nalishlaridan biridir. Uning klassik shakli maqsad funksiyasining chiziqliligi, cheklovlar tizimining chiziqliligi va noma’lumlarning nomanfiyligi bilan tavsiflanadi. Shu jihatdan, umumiy model quyidagi ko‘rinishda yoziladi: $Z = \Sigma(c_jx_j)$, $j = 1,2,...,n \rightarrow \max(\min)$; $\Sigma(a_{ij}x_j) \leq b_i$; $x_j \geq 0$. Bu formula resurslarni, xarajatlarni yoki foydani optimallashtirishda amaliy qarorlarning kvazianalitik asosini yaratadi. Dantzig va Thapa [3] ko‘rsatganidek, standart shakldagi LP masalalarida bazisli yechimlar va simpleks aylanishlari asosiy nazariy mexanizm bo‘lib xizmat qiladi.

Mazkur modelning tarkibiy qismlari aniq talqin qilinadi. Maqsad funksiyasi qaror mezonini ifodalaydi; u foyda, xarajat, vaqt, masofa yoki energiya sarfi kabi iqtisodiy kattaliklar bilan bog‘lanishi mumkin. Cheklovlar tizimi esa tabiiy, texnik, ishlab chiqarish yoki moliyaviy cheklovlarni aks ettiradi. Ruxsat etilgan yechimlar sohasi barcha cheklovlarni qanoatlantiradigan nuqtalar to‘plami bo‘lib, u qavariq ko‘pburchak yoki yuqori o‘lchovli qavariq poliedr sifatida qaraladi. Uning qavariqligi linearlikdan kelib chiqadi va bu xossa ekstremal nuqtalar orqali optimal yechimni qidirish imkonini beradi [1], [2].

Geometrik talqinning markaziy g‘oyasi shundan iboratki, ikki o‘zgaruvchili holatda har bir tengsizlik koordinata tekisligida yarim tekislikni hosil qiladi, barcha yarim tekisliklarning kesishmasi esa ruxsat etilgan sohaga aylanadi. Agar bu soha yopiq va chegaralangan bo‘lsa, u holda maqsad funksiyasining maksimal yoki minimal qiymati aynan shu sohaning burchak nuqtalaridan birida yuz beradi. Bu xulosa chiziqli funksiyaning konveks qavsda ekstremumga ega bo‘lishi haqidagi burchak nuqtalar teoremasining amaliy ifodasidir. Teoremaning mazmuni ko‘p hollarda «optimal nuqta» tushunchasini tushuntirish uchun yetarli bo‘ladi, biroq uning qat’iy algebraik isboti simpleks va polyhedral nazariyaga borib taqaladi [2], [4].

So‘nggi yillarda ham LP nazariyasi va amaliyoti faolligini yo‘qotgani yo‘q. Aksincha, LP bugungi kunda ko‘plab murakkab tizimlarni modellash uchun bazaviy tilga aylangan. Golden va boshqalar [5] chiziqli programmalashtirishning kutilmagan qo‘llanishlarini umumlashtirib, LP ko‘lamining odatiy iqtisodiy masalalardan ancha keng ekanini ko‘rsatadilar. Gondzio [6] esa 2025 yilga kelib ichki nuqta usullari katta o‘lchamli masalalarda samaradorligi, barqarorligi va sonli ishonchliligi bilan muhim o‘rin egallaganini ta’kidlaydi. Bu kuzatuvlar LP ning geometrik talqini nafaqat tarixiy, balki metodologik jihatdan ham dolzarbligini saqlayotganini anglatadi.

Hladík [4] interval LP bo‘yicha zamonaviy monografiyasida noaniqlik ostidagi koeffitsiyentlar bilan ishlash, optimal qiymat oralig‘ini aniqlash va barqarorlik masalalarini ko‘rsatadi. Bu yondashuv geometrik tasavvurni yanada boyitadi: endi faqat bir poliedr emas, balki parametrlar o‘zgarishiga qarab deformatsiyalanuvchi ko‘pburchaklar oilasi ko‘rib chiqiladi. Shu bilan birga, Cococcioni va Fiaschi [7] hamda Cole va hamkorlari [8] kabi ishlar LP ning algoritmik chegaralarini kengaytirib, cheklovlarning noodatiy shakllari, geometrik parametrlar va tezkor birinchi tartibli usullarni o‘rganishga yo‘l ochmoqda.

Nazariy adabiyotlar bilan bir qatorda, o‘zbek tilidagi manbalar ham katta didaktik ahamiyatga ega. Saipnazarovning «Biznes matematika» darsligida chiziqli programmalashtirish iqtisodiy modellashtirishning tayanch bo‘limi sifatida talqin qilinadi va ishlab chiqarishni rejalashtirish hamda resurslarni taqsimlash masalalariga alohida e’tibor qaratiladi [12]. Ushbu turdagi manbalar mahalliy akademik muhitda LP tushunchalarini o‘zbek tilida tizimli bayon qilish, terminologiyani barqarorlashtirish va amaliy misollar bilan boyitish nuqtai nazaridan juda foydalidir.

Metod jihatdan ushbu maqola nazariy tahlil va amaliy hisob-kitoblarning kombinatsiyasiga asoslanadi. Birinchi bosqichda chiziqli programmalashtirishning geometrik interpretatsiyasi konseptual tarzda yoritiladi; ikkinchi bosqichda ikki o‘zgaruvchili aniq masala yechilib, qadam-baqadam grafik metod qo‘llanadi; uchinchi bosqichda burchak nuqtalar jadval ko‘rinishida umumlashtiriladi va maqsad funksiyasi qiymatlari solishtiriladi. Natijada optimal qaror topiladi va uning geometrik sabablari sharhlanadi.

Geometrik usul, albatta, barcha LP masalalari uchun hisoblash jihatdan qulay emas. O‘zgaruvchilar soni ortgan sayin tekislikdagi tasvir yuqori o‘lchamli poliedrga aylanadi va vizual kuzatuv imkoni yo‘qoladi. Biroq metodning kuchi uning tushuntiruvchi xususiyatida: u optimal yechim nima uchun aynan shu nuqtada joylashganini ko‘rsatadi, maqsad funksiyasi qaysi yo‘nalishda o‘sishini yoki kamayishini tushuntiradi va simpleks usulining har bir qadamini intuitiv ma’noda oqlaydi [1], [3].

Maqsad funksiyasi: $Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \max$ yoki $Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to \min$

Cheklovlar: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1$; $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2$; $x_1 \ge 0$; $x_2 \ge 0$

Umumiy ko‘rinish: $Z = \Sigma(c_jx_j),\ j = 1,2,\dots,n \to \max(\min)$; $\Sigma(a_{ij}x_j) \le b_i$; $x_j \ge 0$

Geometrik talqinda har bir tengsizlikning chap tomoni tekislikdagi yarim tekislikni belgilaydi. Masalan, $2x_1 + x_2 \le 100$ tengsizligi $x_2 = 100 - 2x_1$ chizig‘ining pastki yoki uning ustida joylashgan barcha nuqtalarni bildiradi. Xuddi shuningdek, $x_1 + x_2 \le 80$ cheklovi $x_2 = 80 - x_1$ chizig‘ining pastki qismida joylashgan nuqtalarni ifodalaydi. Bu yarim tekisliklarning birgalikdagi kesishmasi, nomanfiylik shartlari bilan birga, ruxsat etilgan yechimlar sohasini hosil qiladi. Soha bo‘sh bo‘lmasa, masala feasible deyiladi; agar soha bo‘sh bo‘lsa, hech qanday ruxsat etilgan yechim mavjud bo‘lmaydi.

Konveks ko‘pburchak tushunchasi LP uchun bevosita asosiydir. Konvekslik deganda, sohaning istalgan ikkita nuqtasini tutashtiruvchi kesma ham shu sohaning ichida qolishi tushuniladi. Chiziqli tengsizliklar kesishmasi har doim konveks bo‘lgani sababli, LP ning ruxsat etilgan sohasi ham konveks bo‘ladi. Aynan shu xossa ekstremal nuqtalar, ya’ni burchak nuqtalar konsepsiyasini ma’nodor qiladi. Agar maqsad funksiyasi bu sohaning ichida emas, balki chegarasida o‘zgarsa, ekstremum aynan burchaklarda paydo bo‘lishi mumkin.

Optimal yechimning mavjudligi uchta omilga bog‘liq: ruxsat etilgan sohaning bo‘sh emasligi, maqsad funksiyasining bu sohada chegaralangan bo‘lishi va muammo yaxshi qo‘yilgan bo‘lishi. Agar soha bo‘sh bo‘lmasa ham, maqsad funksiyasi cheksiz o‘sishi mumkin bo‘lsa, optimal qiymat mavjud bo‘lmaydi. Agar maqsad chizig‘i sohaning bir qirrasi bilan parallel bo‘lsa, u holda bir nechta optimal yechimlar yuzaga kelishi mumkin. Bu holatlarda geometrik usul juda qulay, chunki u yechimlar to‘plamining shaklini bevosita namoyish etadi.

Simpleks usuli geometrik usulning algebraik davomidir. Geometrik usul ikki o‘zgaruvchili masalalarda ko‘rgazmali bo‘lsa, simpleks usuli yuqori o‘lchamli masalalarda bazisli yechimlar orasida harakat qiladi. Har bir pivot amalda burchak nuqtadan qo‘shni burchak nuqtaga o‘tishni ifodalaydi. Shu sababli simpleks algoritmining mantiqiy ildizlari geometrik tasavvurga bog‘langan. Hozirgi zamon kompyuter amaliyotida ichki nuqta usullari ham muhim bo‘lsa-da, simpleks hanuz ko‘plab sanoat masalalarida tushunarli va barqaror usul sifatida ishlatiladi [6], [7].

Maqola doirasida qo‘llanilgan metodlar quyidagi ketma-ketlikda jamlandi: (1) chiziqli modelni formal yozish; (2) cheklovlarni tenglik shakliga keltirish va ularning kesishish nuqtalarini topish; (3) grafik tasvir orqali sohani tekshirish; (4) burchak nuqtalarda maqsad funksiyasini hisoblash; (5) eng katta qiymatni topish; (6) natijani optimal yechim sifatida talqin qilish. Ushbu yondashuv o‘quv amaliyotida eng sodda va ishonchli usullardan biri sanaladi.

**NATIJALAR (RESULTS)**

Amaliy tadqiqot uchun quyidagi ikki o‘zgaruvchili chiziqli programmalashtirish masalasi tanlandi:

$$Z = 40x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Bu masalada $x_1$ va $x_2$ qaror o‘zgaruvchilari bo‘lib, ular ma’lum resurslar yoki faoliyat miqdorlarini ifodalashi mumkin. Maqsad funksiyasidagi 40 va 30 koeffitsiyentlari tegishli birlikdan olinadigan foyda, samara yoki foyda balli sifatida talqin qilinadi. Cheklovlar esa ikki resurs yoki ikki texnologik shartni bildiradi. Maqsad — Z qiymatini maksimal qilish. Masala ikki o‘zgaruvchidan iborat bo‘lgani uchun geometrik usul ayni ma’noda qo‘llanadi va barcha bosqichlar koordinata tekisligida ko‘rsatiladi.

1-qadam. Koordinata o‘qlari qurildi. $x_1$ o‘qi gorizontal yo‘nalishda, $x_2$ o‘qi vertikal yo‘nalishda olinadi. Keyin har bir cheklov tenglik shaklida yozilib, uning kesishish nuqtalari topildi. $2x_1 + x_2 = 100$ chizig‘ining o‘qlar bilan kesishish nuqtalari: agar $x_1 = 0$ bo‘lsa, $x_2 = 100$; agar $x_2 = 0$ bo‘lsa, $x_1 = 50$. $x_1 + x_2 = 80$ chizig‘i uchun esa mos ravishda (0, 80) va (80, 0) nuqtalari olinadi. Biroq nomanfiylik va boshqa cheklovlar tufayli oxirgi nuqta ruxsat etilgan sohaga kirmaydi.

3-qadam. Cheklovlar yarim tekisliklari kesishmasi aniqlandi. Birinchi cheklov tekislikning chiziqdan pastki qismida joylashgan nuqtalarni bildiradi, ikkinchisi ham xuddi shunday talqin qilinadi. Ikkala yarim tekislikning birinchi chorakdagi kesishmasi yopiq va chegaralangan to‘rtburchak shakl hosil qiladi. Grafikdan ko‘rinadiki, ruxsat etilgan soha to‘rtta burchak nuqtaga ega: O(0,0), A(50,0), B(20,60) va C(0,80). Bu nuqtalar sohaning barcha ekstremal holatlarini ifodalaydi va chiziqli maqsad funksiyasi aynan shu nuqtalardan birida optimal bo‘lishi kerak.

4-qadam. Burchak nuqtalar bo‘yicha maqsad funksiyasi hisoblandi. Bunda har bir nuqta uchun $Z = 40x_1 + 30x_2$ formulasi qo‘llandi. Hisob-kitoblar quyidagi jadvalda keltiriladi. Natijalar ko‘rsatadiki, Z eng katta qiymatni B(20,60) nuqtada qabul qiladi.

**1-JADVAL. BURCHAK NUQTALAR VA ULARNING KOORDINATALARI**

| Nuqta | Koordinata | Izoh |
|---|---|---|
| O | (0,0) | Boshlang‘ich nuqta |
| A | (50,0) | Birinchi cheklovning $x_1$ o‘qi bilan kesishishi |
| B | (20,60) | Ikki cheklov chiziqlarining kesishishi |
| C | (0,80) | Ikkinchi cheklovning $x_2$ o‘qi bilan kesishishi |

**2-JADVAL. MAQSAD FUNKSIYASI QIYMATLARINING HISOBI**

| Nuqta | Koordinata | Hisoblash | Z qiymati |
|---|---|---|---|
| O | (0,0) | $Z = 40\cdot0 + 30\cdot0$ | 0 |
| A | (50,0) | $Z = 40\cdot50 + 30\cdot0$ | 2000 |
| B | (20,60) | $Z = 40\cdot20 + 30\cdot60$ | 2600 |
| C | (0,80) | $Z = 40\cdot0 + 30\cdot80$ | 2400 |

Jadvaldan ko‘rinadiki, Z(O)=0, Z(A)=2000, Z(B)=2600, Z(C)=2400. Demak, eng katta qiymat B nuqtada yuz beradi. Shunday qilib, optimal yechim $x_1 = 20$, $x_2 = 60$ bo‘lib, maqsad funksiyasining optimal qiymati $Z^* = 2600$ ga teng.

**3-JADVAL. OPTIMAL YECHIM XULOSASI**

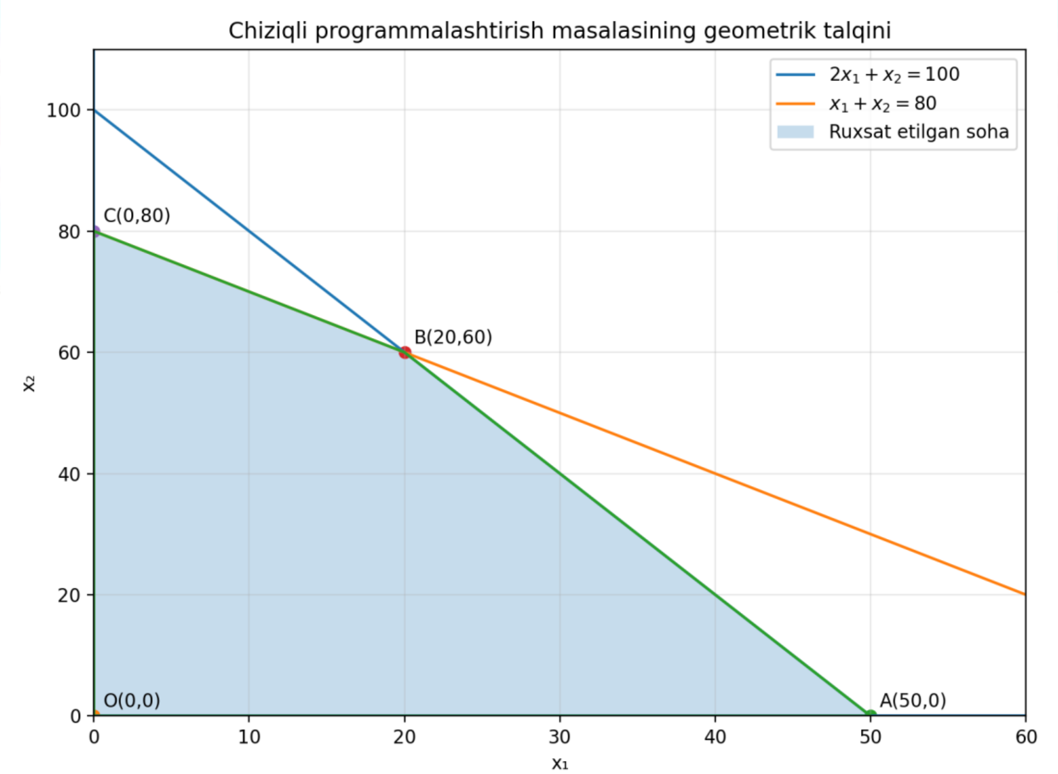
| Ko‘rsatkich | Natija |
|---|---|
| Optimal nuqta | (20, 60) |
| Optimal qiymat | $Z^* = 2600$ |
| Ye chim turi | Yagona optimal yechim |

| | |
|---|---|
| Asosiy sabab | Maqsad funksiyasi izochiziqlari sohaning B burchagida oxirgi marta tegadi |

5-qadam. Optimal yechimning geometrik sababi tahlil qilindi. Maqsad funksiyasining izochizig‘i $40x_1 + 30x_2 = k$ ko‘rinishga ega bo‘lib, bu chiziqlarning qiyaligi −4/3 ga teng. Ruxsat etilgan sohaning B nuqtasidagi qirrasi esa boshqa qiyalikka ega. Izochiziq maksimal qiymatga erishish uchun sohani qanchalik uzoq surilsa ham, u oxirgi marta aynan B nuqtada tegadi. Shu sababli boshqa burchak nuqtalar u yerdagi qiymatdan kichik natija beradi. Agar izochiziq qirraga parallel bo‘lganida edi, bir nechta optimal nuqtalar paydo bo‘lar edi; lekin bu masalada bunday holat kuzatilmadi.

6-qadam. Grafik tasvir tayyorlandi. Rasmda ikkala cheklov chizig‘i, koordinata o‘qlari, ruxsat etilgan soha va burchak nuqtalar ko‘rsatilgan. Grafik maqsad funksiyasining o‘sish yo‘nalishini intuitiv ravishda tushuntiradi hamda algebraik hisob-kitoblarni vizual tekshiruvdan o‘tkazish imkonini beradi. Ayniqsa talabalar uchun bu tasvir har bir tengsizlikning nimani anglatishini va nima sababdan optimal qaror aynan ma’lum nuqtada joylashishini tushunishga yordam beradi.

**1-RASTIR. MASALANING GEOMETRIK TALQINI**




## MUHOKAMA (DISCUSSION)

Olingan natijalar LP ning eng muhim xossalaridan birini yana bir bor tasdiqlaydi: chiziqli maqsad funksiyasi va chiziqli cheklovlar mavjud bo‘lganda optimal yechim, agar mavjud bo‘lsa, ruxsat etilgan sohaning burchak nuqtalaridan birida joylashadi [1], [2], [3]. Bizning misolda bu nuqta B(20,60) bo‘ldi. Bu nafaqat arifmetik hisob, balki geometrik mantiq bilan ham izohlandi. Shuning uchun geometrik usulning didaktik kuchi katta: u hisob-kitobdan koʻra avval masalaning ichki tuzilishini koʻrsatadi.

Geometrik usulning asosiy afzalligi uning koʻrgazmaliligidir. Ikki oʻzgaruvchili masalalarda talaba yoki tadqiqotchi cheklovlar kesishmasini koʻzi bilan koʻradi, har bir tengsizlikning yarim tekislik ekanini his qiladi va maqsad funksiyasi yoʻnalishini tasavvur qiladi. Bu usul modelni tekshirishda xatolarni erta aniqlashga yordam beradi: masalan, notoʻgʻri yozilgan cheklov, notoʻgʻri yoʻnalgan tengsizlik belgisi yoki manfiylik shartining unutib yuborilishi darhol grafikda sezilishi mumkin.

Kamchiligi esa oʻlchamlar soni ortishi bilan yaqqol koʻrinadi. Uch va undan ortiq oʻzgaruvchili masalalarda tekislikdagi geometrik tasvir amalda yoʻqoladi. Poliedrlar yuqori oʻlchamli fazoda yashirinadi va ularni vizual tahlil qilish qiyinlashadi. Bunday vaziyatda simpleks usuli geometrik usulning hisoblashga moslashtirilgan shakli sifatida namoyon boʻladi. Har bir pivot burchak nuqtadan burchak nuqtaga oʻtish degani boʻlib, algoritm ruxsat etilgan sohaning qirralari boʻylab maqsad funksiyasini yaxshilaydi [3], [6].

Simpleks usuli bilan bogʻliqlikni yanada ravshanlashtirsak, geometrik usul optimal nuqtani topish jarayonining sababini tushuntiradi, simpleks usuli esa shu sababni tizimli hisobga aylantiradi. Geometrik yondashuvda biz qaysi nuqta eng yaxshi ekanini koʻramiz; simpleks yondashuvida esa aynan oʻsha nuqtaga qanday yetib borishni bosqichma-bosqich aniqlaymiz. Shu bois ikkala usul bir-birini toʻldiradi: biri nazariy tushuncha beradi, ikkinchisi katta oʻlchamli masalalarda amaliy yechimni taʼminlaydi.

Iqtisodiy masalalarda geometrik interpretatsiya ayniqsa foydali. Masalan, ishlab chiqarish hajmini belgilashda resurs cheklovlari, talab cheklovlari va quvvat cheklovlari bir vaqtning oʻzida ishlaydi. Eng yaxshi qaror odatda mavjud resurslardan maksimal foyda olish yoki xarajatni minimallashtirishdir. Chiziqli modelda bu qaror burchak nuqtalarda paydo boʻlgani uchun, boshqaruvchi uchun eng muhim savol modellash bosqichida toʻgʻri parametrlarni tanlashdan iborat boʻladi.

Logistika tizimlarida ham xuddi shunday. Transport, ombor, ishlab chiqarish va taqsimot tarmoqlari orasidagi bogʻlanishlarni LP orqali ifodalash mumkin. Geometrik usul bu yerda nazariy yadro sifatida ishlaydi, ammo real katta tizimlar uchun kompyuter dasturlari, simplex modifikatsiyalari, ichki nuqta usullari va sezgirlik tahlili zarur boʻladi [5], [6], [7]. Boshqacha aytganda, geometrik usul LP ning «nechun» savoliga javob beradi, algoritmik usullar esa «qanday» savoliga javob beradi.

Maqsad funksiyasi qiymatlarining jadval boʻyicha taqqoslanishi ham metodning samaradorligini koʻrsatadi. O(0,0) nuqta texnik jihatdan kerakli boʻlsa-da, u hech qanday samarani bermaydi. A(50,0) va C(0,80) nuqtalarda foyda bor, ammo ular B nuqtadagi qiymatdan past. Bu holat ishlab chiqarish va logistika tizimlarida resurslarni bir yoʻnalishda emas, balki optimal nisbatda taqsimlash zarurligini namoyish etadi.

Optimal yechimning yagonaligi ham muhim xulosa. Bizning masalada izochiziq qirraga parallel emasligi sababli faqat bitta optimal nuqta mavjud. Bu amaliyotda qaror noaniqligini kamaytiradi. Agar bir nechta optimal yechim bo‘lsa, menejer qo‘shimcha mezonlar — masalan, xavf, barqarorlik, xizmat darajasi yoki sezgirlik — asosida ikkilamchi tanlov qilishi kerak bo‘ladi. Yagona optimal yechim esa boshqaruvni soddalashtiradi va mas’uliyatni aniqroq qiladi.

Nihoyat, so‘nggi yillardagi ilmiy ishlar LP ning nafaqat klassik, balki yangi qirralarini ham yoritmoqda. Sinuany-Stern va hamkorlari [11] LP asosidagi operatsion tadqiqotlarning evolyutsiyasini, Golden va hamkorlari [5] esa LP ning kutilmagan amaliy imkoniyatlarini ko‘rsatadi. Shunday qilib, geometrik talqin tarixiy metod bo‘lib qolmay, yangi algoritmik yondashuvlarni tushunish uchun ham zarur tayanchdir.

## XULOSA (CONCLUSION)

Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, chiziqli programmalashtirish masalalarini geometrik talqin qilish optimal yechimning mohiyatini ochishda eng qulay usullardan biridir. Chiziqli cheklovlar yarim tekisliklar hosil qiladi, ularning kesishmasi esa konveks ruxsat etilgan sohani beradi. Burchak nuqtalar teoremasiga ko‘ra, agar maqsad funksiyasi bu sohada chegaralangan bo‘lsa, optimal qiymat aynan ekstremal nuqtalardan birida yuz beradi.

Amaliy misolda $Z = 40x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$ masalasi to‘liq yechildi va optimal nuqta (20,60) ekani hamda optimal qiymat $Z^* = 2600$ ekanligi aniqlandi. Ushbu natija hisob-kitob va grafik tahlil bir-birini tasdiqlashini, demak, geometrik metodning ishonchliligi yuqori ekanini ko‘rsatadi. Bundan tashqari, olingan nuqtalar jadvali maqsad funksiyasining har bir burchakda qanday o‘zgarishini ko‘rsatib, qaror qabul qilishni osonlashtirdi.

Amaliy matematika nuqtai nazaridan ushbu yondashuvning ahamiyati katta. Geometrik usul LP ning nazariy asoslarini o‘rgatadi, simpleks usulining mantiqiy ildizlarini tushuntiradi va katta o‘lchamli masalalarga o‘tishda zarur intuitsiyani shakllantiradi. Kelgusidagi tadqiqotlarda uch o‘lchamli vizualizatsiya, parametrik tahlil, sezgirlik tahlili va noaniqlik ostidagi LP modellari bo‘yicha kengaytirilgan izlanishlar olib borish maqsadga muvofiq bo‘ladi [4], [6], [7].

Umuman olganda, geometrik talqin nafaqat matematik nazariya, balki iqtisodiy qarorlarni tushunarli va tekshiriladigan shaklda ifodalash vositasidir. Bu esa uni o‘quv jarayonida ham, amaliy loyihalarda ham doimiy qo‘llaniladigan metodlardan biriga aylantiradi.

## ADABIYOTLAR

1. Dantzig, G. B., & Thapa, M. N. (1997). Linear programming 1: Introduction. Springer.

2. Eiselt, H. A., & Sandblom, C.-L. (2007). Linear programming and its applications. Springer.

3. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). Introduction to operations research (11th ed.). McGraw-Hill Education.

4. Vanderbei, R. J. (2020). Linear programming: Foundations and extensions (5th ed.). Springer.

5. Golden, B., Schrage, L., Shier, D., & Apergi, L. A. (2024). The unexpected power of linear programming: An updated collection of surprising applications. Annals of Operations Research, 343, 573–605.

6. Gondzio, J. (2025). Interior point methods in the year 2025. EURO Journal on Computational Optimization, 13, 100105.

7. Cococcioni, M., & Fiaschi, L. (2025). Linear programming with infinite, finite, and infinitesimal values in the right-hand side. Applied Mathematics and Computation, 129044.

8. Cole, R., et al. (2025). A first order method for linear programming parameterized by the circuit imbalance measure. Mathematical Programming.

9. Im, H., et al. (2023). Revisiting degeneracy, strict feasibility, stability, in linear programming. European Journal of Operational Research, 310(2), 1–15.

10. Chernov, V. (2024). Conditions when the problems of linear programming are decidable by the simplex method. Algebra and Logic, 63(5), 293.

11. Sinuany-Stern, Z., et al. (2023). Foundations of operations research: From linear programming to DEA. European Journal of Operational Research.

12. Hladík, M. (2025). Interval linear programming and extensions. Springer.

13. Saipnazarov, M. (2022). Biznes matematika. Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi.