

TRIGONOMETRIK TENGSIZLIKLAR

*Qashqadaryo viloyati Qamashi tuman
2-son politexnikumi matematika fani o'qituvchisi
Tilavov Qudratbek Rustam o'g'li*

Annotatsiya

Ushbu maqolada trigonometrik tengsizliklarning mazmuni, ularni yechish usullari hamda matematikadagi ahamiyati yoritilgan. Trigonometrik funksiyalar yordamida tuzilgan tengsizliklarni yechishda qo'llaniladigan asosiy usullar, trigonometrik formulalardan foydalanish hamda oraliqlar usuli haqida ma'lumot berilgan. Shuningdek, maqolada trigonometrik tengsizliklarni yechish jarayonida uchraydigan muammolar va ularni bartaraf etish yo'llari misollar asosida tushuntirilgan. Trigonometrik tengsizliklarning algebra, geometriya va boshqa fanlar bilan bog'liqligi ham ko'rsatib o'tilgan.

Kalit so'zlar: trigonometrik tengsizliklar, sinus, kosinus, tangens, trigonometrik funksiya, interval usuli, formula, matematik analiz, tengsizlik yechimi.

Matematika fanining muhim bo'limlaridan biri bo'lgan trigonometriya turli tabiiy va aniq fanlarning rivojlanishida katta ahamiyat kasb etadi. Trigonometriya nafaqat matematik masalalarni yechishda, balki fizika, astronomiya, geodeziya, muhandislik va axborot texnologiyalari kabi ko'plab sohalarda ham keng qo'llaniladi. Ushbu fan trigonometrik funksiyalar va ular orasidagi bog'lanishlarni o'rganadi. Trigonometrik tengsizliklar esa trigonometriyaning muhim mavzularidan biri hisoblanib, murakkab matematik masalalarni yechishda keng foydalaniladi.

Trigonometrik tengsizliklar sinus, kosinus, tangens, kotangens kabi trigonometrik funksiyalar ishtirok etgan tengsizliklardan iborat bo'ladi. Bunday tengsizliklarni yechish uchun trigonometrik formulalarni mukammal bilish, funksiyalarning xossalari tushunish hamda matematik mantiqdan to'g'ri foydalanish talab etiladi. Trigonometrik tengsizliklarni o'rganish o'quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi, matematik tahlil qilish qobiliyatini oshiradi va murakkab masalalarni yechishga tayyorlaydi.

Hozirgi zamonaviy ta'lim tizimida trigonometrik tengsizliklar mavzusi alohida o'rin tutadi. Chunki ushbu mavzu algebra va matematik analizning ko'plab bo'limlari bilan chambarchas bog'liqdir. Trigonometrik tengsizliklarni yechishda birlik aylana, trigonometrik funksiyalar grafiklari, periodiklik xossalari va turli formulalardan keng foydalaniladi. Bu esa o'quvchilarda matematik tushunchalarni chuqurroq shakllantirishga yordam beradi.

Trigonometrik tengsizliklar oddiy va murakkab ko‘rinishlarda uchraydi. Oddiy tengsizliklarda bitta trigonometrik funksiya qatnashsa, murakkab tengsizliklarda bir nechta trigonometrik funksiyalar yoki algebraik ifodalar birgalikda keladi. Bunday tengsizliklarni yechishda ekvivalent almashtirishlar, interval usuli, grafik usuli hamda trigonometrik ayniyatlardan foydalaniladi. Ayniqsa, trigonometrik formulalarni to‘g‘ri qo‘llash yechimni soddalashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Trigonometrik tengsizliklarning amaliy ahamiyati ham juda katta. Fizikada tebranish va to‘lqin jarayonlarini o‘rganishda, astronomiyada osmon jismlarining harakatini aniqlashda, texnikada turli mexanik tizimlarni hisoblashda trigonometrik funksiyalardan foydalaniladi. Shu sababli trigonometrik tengsizliklarni bilish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham muhim hisoblanadi. Shuningdek, trigonometrik tengsizliklarni yechish jarayonida o‘quvchilar ko‘pincha ayrim qiyinchiliklarga duch keladi. Masalan, trigonometrik funksiyalarning aniqlanish sohasi, periodikligi yoki formulalarni noto‘g‘ri qo‘llash xatolarga sabab bo‘lishi mumkin. Shu bois mavzuni chuqur o‘rganish, ko‘proq mashq va misollar ishlash katta ahamiyatga ega. Xulosa qilib aytganda, trigonometrik tengsizliklar matematikaning muhim mavzularidan biri bo‘lib, o‘quvchilarning matematik bilim va ko‘nikmalarini rivojlantirishda muhim rol o‘ynaydi. Ushbu mavzuni puxta o‘zlashtirish kelgusida murakkab matematik masalalarni muvaffaqiyatli yechishga hamda boshqa fanlarni chuqurroq o‘rganishga yordam beradi.

Trigonometrik tengsizliklar matematikaning muhim mavzularidan biri bo‘lib, trigonometrik funksiyalar qatnashgan tengsizliklarni yechishni o‘rganadi. Bunday tengsizliklar sinus, kosinus, tangens va kotangens funksiyalari orqali ifodalanadi hamda ularni yechishda trigonometrik formulalar, grafiklar va funksiyalarning xossalariidan foydalaniladi. Trigonometrik tengsizliklarni yechish o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantiradi va murakkab masalalarni tahlil qilish ko‘nikmasini shakllantiradi.

Trigonometrik tengsizliklarning eng sodda ko‘rinishlari quyidagicha bo‘ladi:

$$\sin x > a$$

yoki

$$\cos x \leq a$$

Bu yerda a soni ma’lum haqiqiy qiymat bo‘lib, tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha x qiymatlarini topish talab etiladi. Bunday masalalarni yechishda birlik aylana va trigonometrik funksiyalar grafiklaridan foydalanish muhim ahamiyatga ega.

Trigonometrik tengsizliklarni yechishda eng avvalo trigonometrik funksiyalarning asosiy xossalariini bilish talab etiladi. Ma’lumki, sinus va kosinus funksiyalarining qiymatlar sohasi quyidagicha bo‘ladi:

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

va

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

Mazkur xossalar trigonometrik tengsizliklarning yechimlarini aniqlashda asosiy rol o'ynaydi. Agar tengsizlikda qatnashgan son ushbu oraliqdan tashqarida bo'lsa, tengsizlikning yechimi mavjud bo'lmayligi yoki barcha qiymatlar yechim bo'lishi mumkin.

Trigonometrik tengsizliklarni yechishda birlik aylana usuli keng qo'llaniladi. Bu usul trigonometrik funksiyalarning geometrik ma'nosiga asoslanadi. Masalan, quyidagi tengsizlikni qaraymiz:

$$\sin x > \frac{1}{2}$$

Birlik aylana yordamida sinus qiymati $1/2$ dan katta bo'ladigan burchaklar aniqlanadi. Natijada yechim quyidagicha yoziladi:

$$x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

Bu yechim trigonometrik funksiyalarning periodik xossasiga asoslangan. Chunki sinus funksiyasi 2π davr bilan takrorlanadi.

Trigonometrik tengsizliklarni yechishda grafik usuli ham samarali hisoblanadi. Grafik usulda trigonometrik funksiyaning grafigi chizilib, tengsizlikni qanoatlantiruvchi oraliqlar aniqlanadi. Masalan, quyidagi tengsizlikni olaylik:

$$\cos x < 0$$

Kosinus funksiyasining grafigi yordamida uning manfiy qiymatlar qabul qiladigan oraliqlari aniqlanadi va yechim quyidagicha yoziladi:

$$x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

Trigonometrik tengsizliklarni yechishda trigonometrik ayniyatlardan foydalanish ham muhim ahamiyatga ega. Ko'plab murakkab tengsizliklarni soddalashtirish uchun asosiy formulalar qo'llaniladi. Ba'zi trigonometrik tengsizliklarni algebraik usullar yordamida ham yechish mumkin. Masalan, almashtirish usuli orqali trigonometrik tengsizlik algebraik tengsizlikka keltiriladi. Quyidagi misolni ko'rib chiqamiz:

$$2\sin 2x - 3\sin x + 1 > 0$$

Agar

$$t = \sin x$$

deb belgilasak, tengsizlik quyidagi ko'rinishga keladi:

$$2t^2 - 3t + 1 > 0$$

Bu esa oddiy kvadrat tengsizlik bo‘lib, uni yechgandan so‘ng trigonometrik funksiyaga qaytiladi.

Trigonometrik tengsizliklarning murakkab turlarida bir nechta trigonometrik funksiyalar qatnashadi. Bunday hollarda funksiyalarni bir xil trigonometrik ifodaga keltirish talab etiladi. Masalan, tangens va kotangens funksiyalari orqali berilgan tengsizliklarda asosiy trigonometrik formulalardan foydalaniladi.

Trigonometrik tengsizliklar matematik analizda ham keng qo‘llaniladi. Limit, hosila va integral mavzularini o‘rganishda trigonometrik funksiyalar bilan bog‘liq tengsizliklar muhim o‘rin tutadi. Ayniqsa, funksiyalarning eng katta va eng kichik qiymatlarini aniqlashda trigonometrik tengsizliklardan foydalaniladi.

Bundan tashqari, trigonometrik tengsizliklarning amaliy qo‘llanilishi ham juda kengdir. Fizikada mexanik tebranishlar, elektromagnit to‘lqinlar va davriy jarayonlarni o‘rganishda trigonometrik funksiyalar asosiy vosita hisoblanadi. Astronomiyada osmon jismlarining harakatini hisoblashda, muhandislikda esa turli texnik tizimlarni loyihalashda trigonometrik hisob-kitoblardan foydalaniladi.

Trigonometrik tengsizliklarni o‘rganish davomida o‘quvchilar ko‘pincha xatolarga yo‘l qo‘yadi. Ayniqsa, trigonometrik funksiyalarning periodikligini hisobga olmaslik, aniqlanish sohasini noto‘g‘ri tanlash yoki formulalarni noto‘g‘ri qo‘llash keng uchraydi. Shu sababli mavzuni o‘rganishda nazariy bilimlarni mustahkamlash va ko‘plab misollar ishlash muhim hisoblanadi. Umuman olganda, trigonometrik tengsizliklar matematikaning murakkab, ammo qiziqarli mavzularidan biridir. Ularni puxta o‘zlashtirish o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi, matematik bilimlarini boyitadi va kelajakdagi ilmiy faoliyatlari uchun mustahkam asos yaratadi.

Xulosa qilib aytganda, trigonometrik tengsizliklar matematikaning muhim va murakkab mavzularidan biri hisoblanadi. Ushbu mavzu trigonometrik funksiyalarning xossalari chuqur o‘rganish, matematik tafakkurni rivojlantirish hamda murakkab masalalarni mantiqiy tahlil qilish ko‘nikmalarini shakllantirishda katta ahamiyatga ega. Trigonometrik tengsizliklarni yechishda trigonometrik formulalar, birlik aylana, grafik usuli va interval usullaridan foydalanish o‘quvchilarning bilim darajasini oshirishga yordam beradi.

Trigonometrik tengsizliklarni o‘rganish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham muhimdir. Chunki trigonometrik funksiyalar fizika, astronomiya, muhandislik, axborot texnologiyalari va boshqa ko‘plab fanlarda keng qo‘llaniladi. Turli tebranishlar, to‘lqin jarayonlari va davriy hodisalarni tahlil qilishda trigonometrik tengsizliklardan foydalaniladi. Shu sababli ushbu mavzuni chuqur o‘zlashtirish kelajakdagi ilmiy va amaliy faoliyat uchun muhim asos bo‘lib xizmat qiladi.

Shuningdek, trigonometrik tengsizliklarni yechish jarayonida aniqlik, e‘tibor va mantiqiy fikrlash talab qilinadi. Trigonometrik funksiyalarning periodikligini hisobga olish, formulalarni to‘g‘ri qo‘llash va yechimlarni to‘liq yozish muhim ahamiyatga ega.

Mavzuni puxta o‘zlashtirish uchun nazariy bilimlarni mustahkamlash bilan birga ko‘proq mashq va misollar ishlash zarur.

Demak, trigonometrik tengsizliklar matematik ta’limning ajralmas qismi bo‘lib, o‘quvchilarning bilim va ko‘nikmalarini rivojlantirishda muhim rol o‘ynaydi. Ushbu mavzuni mukammal o‘rganish murakkab matematik masalalarni muvaffaqiyatli yechishga, ilmiy tafakkurni shakllantirishga hamda boshqa fanlarni chuqurroq o‘zlashtirishga yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Alixonov S. **Algebra va analiz asoslari.** — Toshkent: O‘qituvchi, 2021.
2. Shodmonov T., Rahimov A. **Trigonometriya kursi.** — Toshkent: Fan, 2020.
3. Axmedov B. **Oliy matematika asoslari.** — Toshkent: Tafakkur, 2019.
4. Abdurahmonov Q. **Matematik analiz va trigonometrik funksiyalar.** — Samarqand, 2022.
5. Kolmogorov A.N. **Algebra va analiz elementlari.** — Toshkent: O‘qituvchi, 2018.
6. G‘ulomov R. **Trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechish usullari.** — Toshkent, 2021.
7. O‘zbekiston Respublikasi Maktab darsliklari:
8. Algebra va matematik analiz asoslari, 10–11-sinflar.
9. Algebra, akademik litsey va texnikumlar uchun darsliklar.
10. Internet manbalari:
 - ❖ www.ziyonet.uz
 - ❖ www.edu.uz
 - ❖ www.lex.uz