

TO‘LQIN TENGLAMASI VA UNING FIZIK MA’NOSI

*Buxoro davlat universitet, Buxoro, O‘zbekiston***Elmuradova Hilola Botirovna***E-mail: h.b.elmurodova@buxdu.uz*

Annotatsiya: Ishning asosiy maqsadi — To‘lqin tenglamasi uchun boshlang‘ich va chegaraviy shartli masalalar ishtirok etuvchi xususiy hosilali differensial tenglamalar tizimi uchun fazo o‘zgaruvchisiga bog‘liq noma‘lum koeffitsientlarni aniqlash masalasini o‘rganish, bu masalaning yechimi mavjudligi, yagona aniqlanishi va barqarorligi shartlarini asoslashdan iborat. Shu bilan birga, to‘lqin tenglamalarining xossalari asosida masalaning yechimiga tegishli analitik va sonli usullarni ishlab chiqish ham asosiy maqsadlardandir. Ishning vazifalari esa to‘lqin tenglamalariga tegishli asosiy xossalarni va ular asosida tuzilgan differensial tenglamalar sinfini o‘rganish. Fazo o‘zgaruvchisiga bog‘liq noma‘lum koeffitsientlarni aniqlash masalasini matematik jihatdan formulalash. Mazkur masalani to‘g‘ri qo‘yilgan teskari masala sifatida tahlil qilish va mavjudlik-yagonalik shartlarini isbotlash. To‘lqin tenglamasi ishtirok etuvchi tenglamalarga mos keladigan maxsus funksiyalar (masalan, tor tebranish tenglamasi) asosida yechim ifodalarini aniqlash.

Kalit so‘zlar: To‘lqin tenglamasi, Koshi masalasi, tor tebranish tenglamasi, fazo, mexanik tebranishlar, matematik modellashtirish, oddiy differensial tenglamalar, boshlang‘ich shartlar, chegaraviy shartlar, giperbolik tur.

Kirish: Zamonaviy fizika va muhandislik fanlarida to‘lqin jarayonlari muhim o‘rin tutadi. Mexanik tebranishlar, akustik hodisalar, elektromagnit nurlanish, seysmik to‘lqinlar kabi ko‘plab jarayonlar to‘lqin xarakteriga ega. Ushbu hodisalarni chuqur tahlil qilish va bashorat qilish uchun ularni matematik model orqali ifodalash zarur. Matematik modellashtirish to‘lqin jarayonlarining umumiy qonuniyatlarini aniqlash imkonini beradi. Tabiatda va texnikada ko‘plab jarayonlar to‘lqin xarakteriga ega. To‘lqin jarayoni deganda muhitning muvozanat holatidan chetga chiqishi natijasida yuzaga kelgan tebranishlarning fazoda va vaqtda tarqalishi tushiniladi. Bu jarayonda muhit zarrachalari tebranish harakati qiladi, biroq moddaning umumiy ko‘chishi sodir bo‘lmaydi. To‘lqin jarayonlari murakkab fizik hodisa bo‘lib, ularni o‘rganishda matematik modellashtirish muhim ahamiyatga ega. To‘lqin tenglamasi va uning yechimlari orqali real jarayonlar aniq va qat’iy matematik tilda ifodalanadi. To‘lqin jarayonlari murakkab fizik hodisalar bo‘lib, ularni o‘rganishda matematik modellashtirish muhim rol o‘ynaydi. To‘lqin tenglamasi va uning yechimlari yordamida real jarayonlar qat’iy matematik apparat asosida tavsiflanadi va tahlil qilinadi.

Asosiy qism: To‘lqin jarayoni — bu fazoda va vaqtda uzluksiz tarqaluvchi tebranish jarayoni bo‘lib, u quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$u = u(x, t)$$

Agar jarayon uch o‘lchamli bo‘lsa, u holda

$$u = u(x, y, z, t)$$

ko‘rinishida yoziladi.

Agar muhit zarrachalari garmonik qonun bo‘yicha tebransa, hosil bo‘lgan to‘lqin garmonik to‘lqin deyiladi. Bunday to‘lqin quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$u(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

bu yerda A – amplituda,

ω – burchak chastota,

k – to‘lqin soni,

φ – boshlang‘ich faza.

Mazkur ifoda to‘lqinnning vaqt bo‘yicha tebranishini va fazoda tarqalishini bir vaqtning o‘zida aks ettiradi.

Mexanik to‘lqinlar elastik muhitda tarqaladi. Muhit zarrachalarining kichik tebranishlari chiziqli elastiklik nazariyasi doirasida qaraladi. Zarrachalarga ta’sir qiluvchi kuchlar Guk qonuniga bo‘ysunadi.

Agar muhit bir jinsli va izotrop bo‘lsa, tebranishlar quyidagi differensial tenglama orqali modellashtiriladi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 u \quad (1)$$

bu yerda ∇^2 – Laplas operatori.

To‘lqin jarayonlarini modellashtirishda asosiy matematik model – to‘lqin tenglamasi hisoblanadi. U ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama bo‘lib, quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

Bu tenglamada elastik muhitda tebranishlar kichik bo‘lganda, Nyuton qonunlari asosida keltirib chiqariladi. Tenglamadagi v koeffitsiyent muhit xossalariga bog‘liq bo‘lgan to‘lqin tarqalish tezligini bildiradi.

(2) tenglama torning tebranishi, uzun elastik sterjen, akustik to‘lqinlar uchun asosiy matematik model hisoblanadi.

Shuni ta’kidlash muhimki, ayrim xususiy hosilali differensial tenglamalarning xususiy yechimlarini aniq ko‘rinishlarini topish mumkin. Ko‘p hollarda xususiy hosilali differensial tenglamalarining xususiy yechimlarini toppish usullari yaratilgan. Qaralayotgan tenglamani, ma’lum boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiradigan yechimlari topiladi.

Fizikaviy jarayonlarning matematik modelini qurish va uni tadqiq etish matematik fizikaning asosiy vazifasi hisoblanadi.

Mexanika va fizikaning juda ko‘p masalalari ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali ifodalanadi.

MASALAN:

1. Bir jinsli torning ko‘ndalang tebranishi, sterjenning bo‘ylama tebranishi, o‘tkazgichdagi elektr tebranishlar, turli muhitlarda tovush tarqalishi va shu kabi jarayonlar

$$u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + f(x, y, z, t), \quad a = \text{const}, \quad (3)$$

to‘lqin tenglamasi bilan ifodalanadi, va bu tenglama uch o‘lchovli to‘lqin tarqalish tenglamasi deyiladi.

Ushbu tenglama

$$u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + f(x, y, t),$$

ikki o‘lchovli to‘lqin tenglamasi deb ataladi. (3) tenglama bir o‘lchovli

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t),$$

bo‘lgan holda bir jinsli torning majburiy tebranishini ifodalaydi.

2. Bir jinsli izotrop jismlarda issiqlikning tarqalishi, diffuziya jarayoni va g‘ovak muhitlarda suyuqlik va gazlarning filtrlanishi kabi jarayonlar

$$u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + f(x, y, z, t), \quad a = \text{const}, \quad (4)$$

issiqlik tarqalish tenglamasi orqali ifodalanadi.

Yuqoridagi (4) tenglama uch o‘lchovli issiqlik tarqalish tenglamasi deyiladi. Ushbu ko‘rinishdagi

$$u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + f(x, y, t),$$

tenglama ikki o‘lchovli issiqlik tarqalish tenglamasi deb ataladi. Bir o‘lchovli bo‘lgan

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t),$$

hol esa, bir o‘lchovli issiqlik tarqalish tenglamasi deyiladi.

3. Statsionar issiqlik holati, o‘tkazgich sirtida zaryadlarning muvozanatlashuvi, siqilmaydigan suyuqliklarning harakati va shu kabi jarayonlar

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = -f(x, y, z), \quad (5)$$

Puasson tenglamasi orqali ifodalanadi.

Agar (5) tenglamada $f(x, y, z) \equiv 0$ bo‘lsa, u holda bu tenglama

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0, \quad (6)$$

Laplas tenglamasi deb ataladi.

Elektr zaryadi va massasi hisobga olinmagan tortishish maydoni potentsiallari va statsionar elektr maydoni masalalari Laplas tenglamasi orqali ifodalanadi.

Yuqorida keltirilgan (3) – (6) tenglamalar matematik fizikaning asosiy tenglamalari deb yuritiladi. Bu tenglamalarni mukammal o‘rganish turli fizikaviy

masalalarni yechish va umumiyroq bo'lgan xususiy hosilali differensial nazariyasini yaratishga imkoniyat beradi.

Adabiyotni o'rganish: Ushbu ishida matematik analiz, funksional analiz, oddiy differensial tenglamalar, matematik fizik tenglamalarining to'g'ri masalasi nazariyasi o'rganilgan.

Xulosalar: To'liq tenglamasi va uning yechimlari orqali real jarayonlar aniq va qat'iy matematik tilda ifodalanadi. To'liq jarayonlari murakkab fizik hodisalar bo'lib, ularni o'rganishda matematik modellashtirish muhim rol o'ynaydi. To'liq tenglamasi va uning yechimlari yordamida real jarayonlar qat'iy matematik apparat asosida tavsiflanadi va tahlil qilinadi

Adabiyotlar ro'yxati:

1. Jo'rayev T.J., Abdinazarov S. "Matematika fizika tenglamalari". Toshkent. O'zMU. 2003-322b.
2. Kasimov Sh.G. "Matematika fizika tenglamalari". Toshkent. O'zbekiston Milliy Universiteti. 2010.
3. Merajova Sh. Matematik-fizika tenglamalaridan masalalar to'plami. Buxoro-2011.
4. Salohiddinov M.S. "Matematika fizika tenglamalari". Toshkent. "O'zbekiston", 2002.
5. Zikirov O.S. "Matematika fizika tenglamalari". Toshkent. "Fan va texnologiya". O'zMU. 2017.
5. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: "Наука". 2004.-432 с.
6. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1976.-296 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Изд-во "Наука". 1981.- 512 с.
8. Жўраев Т.Ж., Абдиназаров С. Математик физика тенгламалари. Тошкент. ЎзМУ. 2003.- 332 б.
9. Захаров Е.В., Дмитриева И.В. Орлик С.И. Уравнения математической физики, Москва, Издательский центр "Академия". 2010,- 320 с.
10. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Изд-во "Мир". 1964.-830 с.
11. Михлин С.Г. Курс математической физики. СПб. "Лань". 2002.-576 с.
12. Салоҳиддинов М.С. Математик физика тенгламалари. Тошкент. "Ўзбекистон", 2002.- 445 б.
13. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1976.-296 с.
14. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Изд-во "Наука". 1981.- 512 с.

15. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Изд-во "Мир". 1964.-830 с.
16. www.wikipedia.ru
17. www.ziynet.uz
18. www.edu.uz
19. www.edu.ru

