

CHIZIQLI ALGEBRANING ASOSIY NAZARIYASI VA UNING AMALIY AHAMIYATI

*Qo‘qon Davlat Universiteti
Aniq fanlar va muhandislik fakulteti
Matematika yo‘nalishi 2-bosqich talabasi
Qahramonova Farangiz Baxtiyorjon qizi*

Annotatsiya: Ushbu maqolada chiziqli algebra fanining asosiy tushunchalari, uning nazariy asoslari va amaliy ahamiyati yoritilgan. Vektor fazolari, matritsalar, determinantlar va chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari haqida ma’lumot beriladi. Shuningdek, chiziqli algebraning informatika, iqtisodiyot va texnika sohalaridagi qo‘llanilishiga ham e’tibor qaratiladi. Maqolada asosiy tushunchalar soddalashtirilgan, ammo ilmiy uslubda izohlangan.

Tayanch so‘zlar: chiziqli algebra, vektor, matritsa, determinant, chiziqli tenglama, bazis, o‘lcham, transformatsiya.

Annotation: This article explores the fundamental concepts, theoretical foundations, and practical significance of linear algebra. It provides an overview of vector spaces, matrices, determinants, and methods for solving systems of linear equations. Furthermore, special attention is given to the application of linear algebra in fields such as computer science, economics, and engineering. The main concepts are explained in a simplified yet scientifically rigorous manner to ensure both clarity and academic accuracy.

Keywords: linear algebra, vector, matrix, determinant, linear equation, basis, dimension, transformation.

Аннотация: В этой статье рассматриваются основные понятия, теоретические основы и практическое значение линейной алгебры. Описаны методы решения систем векторных пространств, матриц, определителей и линейных уравнений. Особое внимание уделяется применению линейной алгебры в информатике, экономике и технике. Основные понятия представлены в упрощенной, но научно обоснованной форме, что делает материал понятным и в то же время академически точным.

Базовые слова: линейная алгебра, вектор, матрица, определитель, линейное уравнение, основание, размер, преобразование

Chiziqli algebra nafaqat nazariy matematikaning bir bo‘limi, balki real hayotdagi ko‘plab masalalarni modellashtirishda asosiy vosita hisoblanadi. Masalan, iqtisodiyotdagi balans modellari, elektr zanjirlarining tahlili, kompyuter grafikasi,

sun'iy intellekt algoritmlari, ma'lumotlarni siqish va tahlil qilish kabi sohalarda chiziqli algebra muhim o'rin tutadi.

Zamonaviy texnologik taraqqiyot shuni ko'rsatmoqdaki, chiziqli algebra printsiplari har bir ilmiy sohada asosiy matematik vosita sifatida ishlatiladi. Uning nazariy qoidalari hozirgi kunda informatsion tizimlar, iqtisodiy modellar, robototexnika, mashina o'rganish va sun'iy intellektda keng qo'llanmoqda.

1. Chiziqli algebra fanining predmeti va vazifalari

Chiziqli algebra — bu vektorlar, matritsalar va ular ustida bajariladigan amallarni o'rganadigan matematik yo'nalishdir. Bu fan chiziqli bog'liqlik, bazis, o'lcham, chiziqli transformatsiya kabi tushunchalarni o'z ichiga oladi.

Chiziqli algebra quyidagi asosiy masalalarni hal etishga xizmat qiladi:

Chiziqli tenglamalar sistemalarini yechish;

Tizimdagi noma'lumlar o'rtasidagi bog'liqlikni aniqlash;

Matritsalar yordamida iqtisodiy va texnik modellarni yaratish;

Transformatsiyalarni, ya'ni fazodagi o'zgarishlarni ifodalash;

Ma'lumotlarni matematik jihatdan tahlil qilish.

Shu bois, chiziqli algebra — nazariy va amaliy matematikaning tutash nuqtasida joylashgan fundamental fan hisoblanadi.

2. Vektorlar va vektor fazolari

Vektor — bu yo'nalish va kattalikka ega bo'lgan matematik obyekt. Vektorlar ko'pincha fazoda qaraladi. Masalan, vektori uch o'lchovli fazoda joylashgan nuqtani bildiradi.

Vektorlar ustida asosiy amallar — qo'shish va skalyar ko'paytma amallaridir. Agar va bo'lsa, u holda:

$$\vec{u} + \vec{v} = (\vec{u}_1 + \vec{v}_1; \vec{u}_2 + \vec{v}_2)$$

Vektor fazosi deb shunday to'plamga aytiladiki, u vektorlar ustida qo'shish va skalyar ko'paytma amallari bajarilganda yopiq bo'ladi. Masalan, barcha ikki o'lchovli vektorlar to'plami fazoni tashkil etadi.

Vektorlar ustida turli amallar bajariladi: qo'shish, ayirish, skalyar va vektor ko'paytmalari. Bu amallar fazodagi obyektlar o'rtasidagi munosabatlarni matematik tarzda ifodalash imkonini beradi.

Vektor fazosi — bu vektorlar to'plamidan tashkil topgan fazo bo'lib, u qo'shish va skalyar ko'paytma amallariga yopiq bo'ladi. Masalan, barcha ikki o'lchovli yoki uch o'lchovli vektorlar to'plami fazoni tashkil etadi.

Vektor fazolari chiziqli transformatsiyalarni ifodalashda, ya'ni bir fazodagi nuqtalarni boshqa fazoga o'tkazishda keng qo'llanadi. Bu tushuncha kompyuter grafikasi, animatsiya, sun'iy intellekt va texnik modellashtirishda asosiy o'rinni egallaydi.

3. Matritsalar va ularning turlari

Matritsa — bu sonlardan tashkil topgan to'rtburchak jadval bo'lib, u chiziqli algebra uchun asosiy tushunchalardan biridir. Masalan:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Masalan, kvadrat matritsa, diagonal matritsa, birlik matritsa, nolli matritsa kabi turlari mavjud. Ularning har biri alohida xususiyatga ega. Kvadrat matritsalar yordamida determinantlar aniqlanadi, diagonal matritsalar esa hisoblashlarda soddalik yaratadi.

Matritsalar ustida bajariladigan amallar — qo'shish, ko'paytirish, teskari matritsani topish, transpozitsiya qilish — chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda asosiy o'rin tutadi.

Axborot texnologiyalarida matritsalar ma'lumotlarni qayta ishlash, tasvirlarni tahlil qilish, shuningdek, mashina o'rganish algoritmlarida asosiy hisoblash vositasi sifatida ishlatiladi.

4. Determinant va uning xossalari

Determinantlar chiziqli algebra nazariyasida muhim o'rin tutadi. U matritsaning chiziqli mustaqilligi va teskari matritsaning mavjudligini aniqlashda ishlatiladi.

Agar matritsaning determinanti noldan farq qilsa, bu matritsa teskari bo'ladi, ya'ni unga mos yechim mavjud. Aksincha, determinant nol bo'lsa, bu degani matritsa singulyar holatda, ya'ni chiziqli bog'liq elementlardan tashkil topgan.

Determinantlar chiziqli algebra nazariyasida muhim o'rin tutadi. Agar matritsaning determinanti bo'lsa, u holda bu matritsa teskari (ya'ni invertibl) bo'ladi.

Misol uchun:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A) = ad - bc$$

Agar bo'lsa, u holda bu matritsa teskari matritsaga ega emas, ya'ni chiziqli bog'liq vektorlar mavjud deganidir.

Determinantlar yordamida chiziqli tenglamalar sistemalarining yechimi mavjud yoki mavjud emasligini aniqlash mumkin. Bu xususiyat iqtisodiy, texnik va statistik modellarni tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega

5. Chiziqli tenglamalar sistemasi

Chiziqli algebra chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda ham asosiy rol o'ynaydi.

Umumiy

ko'rinish:

$$A \cdot X = B$$

Bu yerda A — koeffitsientlar matritsasi, X — noma'lumlar vektori, B — natijalar vektori.

Tizimni yechishning eng mashhur usullari — **Gauss usuli** va **Cramer qoidasi**.

Gauss usuli ketma-ket almashtirish orqali noma'lumlarni topishga asoslanadi, Cramer qoidasi esa determinantlar yordamida yechimlarni topish imkonini beradi.

Agar matritsaning determinanti nolga teng bo'lmasa, yechim yagona bo'ladi. Determinant nol bo'lsa, sistema yoki yechimsiz, yoki cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishi mumkin.

Chiziqli algebra chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda ham asosiy rol o'ynaydi. Umumiy ko'rinish: $A \cdot X = B$

Bunday sistemani yechishning eng mashhur usuli — Gauss usuli yoki Cramer qoidasi. Agar determinant nolga teng bo'lmasa, yechim yagona bo'ladi:

$$x_i = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

Agar koeffitsientlar matritsasining determinanti nolga teng bo'lmasa, ya'ni $|A| \neq 0$ bo'lsa, unda sistema yagona yechimga ega bo'ladi. Bu holda har bir noma'lum o'z determinanti orqali topiladi. Ya'ni, har bir o'zgaruvchi uchun asosiy matritsada tegishli ustun o'rniga natijalar vektori qo'yilib, hosil bo'lgan determinanti asosiy determinantga bo'linadi.

Shunday qilib, determinant noldan farq qilsa, sistema yagona yechimga ega bo'ladi; aks holda, yechim yo'q yoki cheksiz ko'p bo'lishi mumkin.

Agar matritsaning determinanti noldan farq qilsa, bu matritsa teskari bo'ladi, ya'ni unga mos yechim mavjud. Aksincha, determinant nol bo'lsa, bu degani matritsa singulyar holatda, ya'ni chiziqli bog'liq elementlardan tashkil topgan.

Determinantlar yordamida chiziqli tenglamalar sistemalarining yechimi mavjud yoki mavjud emasligini aniqlash mumkin. Bu xususiyat iqtisodiy, texnik va statistik modellarni tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega.

Chiziqli tenglamalar sistemasi iqtisodiyot, fizika, kimyo, texnika va informatika sohalarida muhim amaliy ahamiyatga ega. Masalan, ishlab chiqarish resurslarini taqsimlash, tarmoqlararo balansni topish, elektr zanjirlarini tahlil qilish kabi masalalar bunday sistemalar yordamida yechiladi.

6. Chiziqli algebraning amaliy qo'llanilishi

Chiziqli algebra amaliy sohalarining deyarli barchasida uchraydi. Quyidagi yo'nalishlarda uning roli alohida ahamiyatga ega:

- a) **Informatika:** sun'iy intellekt, mashina o'rganish, neyron tarmoqlar
- b) **Iqtisodiyot:** ishlab chiqarish jarayonlarini modellashti
- c) **Fizika va texnika:** elektr zanjirlaridagi tok va kuchlanishlarni aniqlash, mexanik tizimlarni
- d) **Statistika va ma'lumotlar ta** katta hajmdagi ma'lu

Shunday qilib, chiziqli algebra bugungi zamonaviy fan va texnologiyaning “matematik tili” sifatida qaraladi.

7. Axborot texnologiyalarida chiziqli algebra

Axborot texnologiyalarida chiziqli algebra algoritmik hisoblashlarning asosi hisoblanadi. Kompyuter dasturlari — MATLAB, Python (NumPy, SciPy kutubxonalari), R, Excel va boshqalar — matritsali hisoblashlarni avtomatik bajaradi.

Katta ma'lumotlar (Big Data) tahlili, sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish modellarida millionlab o'zgaruvchilarni qayta ishlash aynan matritsalar orqali amalga oshiriladi. Shu sababli, chiziqli algebra bilimiga ega bo'lish zamonaviy mutaxassis uchun zarur kompetensiyalardan biridir.

Xulosa qilib aytganda, chiziqli algebra — bu nazariy matematikaning eng muhim bo'limi bo'lib, u ilmiy va amaliy sohalarda beqiyos ahamiyatga ega. U yordamida murakkab tizimlar modellashtiriladi, iqtisodiy jarayonlar tahlil qilinadi, texnik qurilmalar boshqariladi va yangi axborot texnologiyalari yaratiladi.

Bugungi kunda chiziqli algebra usullarini bilmasdan turib na zamonaviy texnologiyani, na iqtisodiy modellashtirishni, na sun'iy intellekt tizimlarini tasavvur qilib bo'lmaydi. Shu bois, chiziqli algebra fani — XXI asr texnologik rivojlanishining poydevori hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. A.G. Korn, T.M. Korn. *Matematicheskiiy spravochnik dlya inzhenerov i uchashchixsya.* — Moskva: Nauka, 1984.
2. Gilbert Strang. *Introduction to Linear Algebra.* — Cambridge: Wellesley–Cambridge Press, 2016.
3. S. Lang. *Linear Algebra.* — Springer, 1987.
4. Karimov A., Raximov M. *Chiziqli algebra va analitik geometriya.* — Toshkent: O'qituvchi, 2009.
5. Ziyodov I., Ibragimov M. *Oliy matematika kursi: Chiziqli algebra bo'limi.* — Toshkent: TDPU nashriyoti, 2018.
6. Anton H., Rorres C. *Elementary Linear Algebra.* — Wiley, 2013.
7. Lay D.C. *Linear Algebra and Its Applications.* — Pearson, 2015.
8. Axundov O. *Chiziqli algebra va differensial tenglamalar.* — Boku, 2010.