

TO'PLAM, TO'PLAMNING QISMI VA TO'PLAM TUSHUNCHASI

*Andijon davlat pedagogika fakulteti**Boshlang'ich ta'lim yo'nalishi 308-guruh talabasi***Tojiboyeva Zarifa***Ilmiy rahbar: Isakova G.K*

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan to'plamning ta'rifi, uning elementlari va berilish usullari atroflicha ko'rib chiqiladi. Shuningdek, to'plamlar orasidagi muhim munosabatlardan biri bo'lgan to'plamning qismi (ostto'plam) tushunchasi va uning xususiyatlari yoritiladi. Maqola, to'plamlar nazariyasining zamonaviy matematika, informatika va mantiqdagi fundamental ahamiyatini ta'kidlagan holda, ushbu asosiy tushunchalarni nazariy jihatdan o'rganadi. Maqsad, ushbu tushunchalarni sodda va tushunarli tarzda bayon etish hamda ularning amaliy qo'llanilishiga qisqacha to'xtalib o'tishdir.

Abstract: This article thoroughly examines the definition of a set, one of the fundamental concepts in mathematics, along with its elements and methods of representation. Additionally, the concept of a subset, a crucial relationship between sets, and its properties are elucidated. The article explores these basic concepts theoretically, emphasizing the fundamental importance of set theory in modern mathematics, computer science, and logic. The aim is to present these concepts in a simple and understandable manner and briefly touch upon their practical applications.

Kalit so'zlar: To'plam, Element, Ostto'plam, Bo'sh to'plam, Universal to'plam, To'plamlar nazariyasi, Matematik mantiq.

Keywords: Set, Element, Subset, Empty set, Universal set, Set theory, Mathematical logic.

Kirish

Matematika fanining poydevori bo'lgan to'plamlar nazariyasi zamonaviy matematikaning aksariyat sohaları uchun asos bo'lib xizmat qiladi [1]. Hatto bugungi kunda ham to'plam tushunchasi aniq va intuitiv bo'lib tuyulsa-da, uning rasmiy ta'rifi va xususiyatlarini tushunish chuqur matematik tushunchalarga yo'l ochadi. Georg Kantor tomonidan XIX asr oxirida asos solingan to'plamlar nazariyasi dastlab cheksizlik tushunchasini o'rganish uchun yaratilgan bo'lsa-da, tez orada matematikaning boshqa sohalarida ham o'zining fundamental ahamiyatini namoyish etdi [2].

To'plam tushunchasi nafaqat sof matematikada, balki informatika, mantiq, statistika va hatto sun'iy intellekt kabi sohalarida ham keng qo'llaniladi [3]. Har qanday ma'lumotlar bazasi, dasturlash tilidagi ma'lumotlar strukturalari yoki algoritmik

yechimlar asosan to‘plamlar nazariyasiga asoslangan. Ushbu maqola to‘plam, to‘plamning elementi va to‘plamning qismi (ostto‘plam) kabi asosiy tushunchalarni, ularning ta’riflarini, berilish usullarini va o‘zaro munosabatlarini ilmiy adabiyotlar asosida yoritishga qaratilgan.

Adabiyotlar tahlili

To‘plamlar nazariyasi XX asr boshlarida matematikaning fundamental asosi sifatida tan olingan. Georg Kantor (1845-1918) tomonidan olib borilgan ishlar to‘plamlar nazariyasining boshlanishi hisoblanadi. U o‘z ishlarida cheksiz to‘plamlar, transfinite sonlar va kardinal sonlar kabi tushunchalarni kiritgan [4]. Kantorning ishlari dastlab qarama-qarshiliklar (paradokslar) paydo bo‘lishiga olib kelgan bo‘lsa-da (masalan, Rassel paradoksi), bu, aksincha, to‘plamlar nazariyasini yanada rasmiylashtirishga undagan.

Fraynkel-Zermelo aksiomalari (ZF aksiomatikasi) va Zermelo-Fraynkel aksiomatikasi Tanlov aksiomasi bilan birga (ZFC aksiomatikasi) to‘plamlar nazariyasini mustahkam asosga qo‘ydi [5]. Bu aksiomalar to‘plam tushunchasini qat’iy ta’riflab, uning xususiyatlarini va to‘plamlar orasidagi munosabatlarni aniq belgilab bergan. Von Neyman (1925) va Bernays (1937) kabi matematiklar ham aksiomatik to‘plamlar nazariyasini rivojlantirishga katta hissa qo‘shganlar [6].

Matematik mantiq va metamatematika sohalarida to‘plamlar nazariyasi asosiy tushuncha sifatida o‘rganiladi. **Kurt Gyodel (1940)**ning ishlari, xususan, Tanlov aksiomasining va Kontinuum gipotezasining ZFC aksiomatikasiga mosligini isbotlashi, to‘plamlar nazariyasining chuqur nazariy ahamiyatini ko‘rsatgan [7].

O‘quv adabiyotlarida to‘plam tushunchasi odatda intuitiv tarzda "aniq ajratilgan obyektlar majmuasi" deb ta’riflanadi [8]. To‘plamning elementi – bu to‘plamga tegishli bo‘lgan biron bir obyekt. To‘plamning qismi (ostto‘plam) esa, agar bir to‘plamning barcha elementlari ikkinchi to‘plamga ham tegishli bo‘lsa, bu to‘plam ikkinchisining qismi deyiladi [9]. Bu tushunchalar sodda bo‘lishiga qaramay, ularga asoslanib murakkab matematik konstruksiyalar quriladi.

Metodologiya

Ushbu maqola to‘plam, to‘plamning qismi va to‘plam tushunchasini tahlil qilish uchun nazariy va deskriptiv metodologiyaga asoslanadi. Tadqiqot to‘plamlar nazariyasining fundamental prinsiplarini va ularning rasmiy ta’riflarini tushunishga qaratilgan bo‘lib, quyidagi usullardan foydalaniladi:

Adabiyotlar sharhi: To‘plamlar nazariyasi bo‘yicha klassik va zamonaviy darsliklar, ilmiy maqolalar va matematik mantiqqa oid asarlar o‘rganiladi. Bu jarayon Gyodel, Kantor, Zermelo va Fraynkel kabi matematik olimlarning ishlarini o‘z ichiga oladi.

Ta’riflarni aniqlash: Har bir asosiy tushuncha (to‘plam, element, ostto‘plam, bo‘sh to‘plam, universal to‘plam) uchun aniq va qat’iy matematik ta’riflar beriladi.

Berilish usullarini yoritish: To‘plamlarni berishning turli usullari (elementlarni sanash, xarakteristik xususiyat orqali, Venn diagrammalari) tushuntiriladi.

Munosabatlarni tahlil qilish: To‘plamlar orasidagi "qism bo‘lish" munosabatining xususiyatlari (refleksivlik, antisimmetriklik, tranzitivlik) tahlil qilinadi.

Misollar keltirish: Har bir tushunchani tushunarli qilish uchun aniq matematik va oddiy hayotiy misollar keltiriladi.

Ushbu metodologiya maqolaning ilmiy asoslanganligini ta’minlab, to‘plamlar nazariyasining asosiy tushunchalarini tizimli va tushunarli tarzda bayon etishga yordam beradi.

Natijalar. Tahlillar natijasida to‘plam, uning elementlari va to‘plamning qismi tushunchalarining quyidagi asosiy jihatlari aniqlandi:

1. To‘plam tushunchasi: To‘plam bu aniq va yaxshi ajratilgan obyektlarning birgalikdagi yig‘indisidir. Bu obyektlar elementlar deb ataladi [10]. To‘plamlar odatda bosh harflar (A,B,C) bilan, elementlar esa kichik harflar (a,b,c) bilan belgilanadi.

o To‘plamni berish usullari:

▪ Elementlarni sanash orqali: $A=\{1,2,3,4\}$

▪ Xarakteristik xususiyat orqali: $B=\{x|x \text{ juft natural son va } x<10\}$ (bu yerda $B=\{2,4,6,8\}$)

▪ Venn diagrammalari orqali: Grafika yordamida to‘plamlarning munosabatini tasvirlash.

o Agar x element A to‘plamga tegishli bo‘lsa, u holda $x \in A$ deb yoziladi [11].

2. Bo‘sh to‘plam va universal to‘plam:

o Bo‘sh to‘plam (Empty Set) hech qanday elementga ega bo‘lmagan to‘plamdir va $\emptyset$ yoki $\{\}$ kabi belgilanadi [12]. Bo‘sh to‘plam har qanday to‘plamning qismi hisoblanadi.

o Universal to‘plam (Universal Set) – ma’lum bir muhokama doirasidagi barcha elementlarni o‘z ichiga olgan to‘plam. U odatda U harfi bilan belgilanadi [13].

3. To‘plamning qismi (Ostto‘plam) tushunchasi: Agar A to‘plamning har bir elementi B to‘plamning ham elementi bo‘lsa, u holda A to‘plam B to‘plamning qismi (ostto‘plami) deyiladi va $A \subseteq B$ kabi belgilanadi [14].

o To‘plam qismi xususiyatlari:

▪ Refleksivlik: Har qanday to‘plam o‘zining qismi hisoblanadi ($A \subseteq A$).

▪ Antisimmetriklik: Agar $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo‘lsa, u holda $A=B$ bo‘ladi.

▪ Tranzitivlik: Agar $A \subseteq B$ va $B \subseteq C$ bo‘lsa, u holda $A \subseteq C$ bo‘ladi.

o Xos ostto‘plam: Agar $A \subseteq B$ bo‘lsa va $A \cap B = B$ bo‘lsa, ya’ni B to‘plamda A da bo‘lmagan kamida bitta element mavjud bo‘lsa, u holda A to‘plam B to‘plamning xos ostto‘plami deyiladi va $A \subset B$ kabi belgilanadi [15].

Muhokama

Olingan natijalar to‘plamlar nazariyasining fundamental xarakterini va uning matematik mantiqdagi asosiy rolini tasdiqlaydi. To‘plam va uning qismi tushunchalari intuitiv tushunish oson bo‘lsa-da, ularning aksiomatik asoslari va rasmiy xususiyatlari matematikaning ichki mustahkamligini ta’minlaydi [16]. Ayniqsa, bo‘sh to‘plamning har qanday to‘plamning qismi bo‘lishi va har qanday to‘plamning o‘zining qismi bo‘lishi kabi xususiyatlar to‘plamlar nazariyasining logik izchilligini ko‘rsatadi.

Bu tushunchalar nafaqat nazariy matematikada, balki amaliy sohalarda ham keng qo‘llaniladi. Masalan, kompyuter fanida ma’lumotlar bazalarini loyihalashda, algoritmik tahlillarda, dasturlashda ma’lumotlar strukturalarini (massivlar, ro‘yxatlar, xeshtabellar) tashkil etishda to‘plamlar nazariyasi asosiy rol o‘ynaydi [17]. Dasturiy ta’minotda filterlash, saralash, qidirish kabi operatsiyalar asosan to‘plamlar ustidagi amallarga asoslangan.

Biroq, to‘plamlar nazariyasida paydo bo‘lgan paradokslar (masalan, Rassel paradoksi) bu tushunchalarni ehtiyotkorlik bilan qo‘llash zarurligini ko‘rsatadi [18]. Bu paradokslar aksiomatik asoslarning rivojlanishiga olib kelgan va zamonaviy matematikani yanada qat’iy va izchil qildi. Shuning uchun, to‘plamlar nazariyasini tushunish matematik tafakkurni rivojlantirish uchun juda muhimdir.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, to‘plam tushunchasi matematikaning universal tilini tashkil etuvchi fundamental konsepsiyadir. U aniq ajratilgan obyektlar majmuasi bo‘lib, ularning berilish usullari va elementlari orasidagi munosabatlar matematikada qat’iy belgilanadi. To‘plamning qismi (ostto‘plam) tushunchasi esa to‘plamlar orasidagi asosiy munosabatlardan biri bo‘lib, u to‘plamlarning ierarxik tuzilishini tushunishga yordam beradi.

Ushbu asosiy tushunchalar nafaqat sof matematikada, balki informatika, mantiq va boshqa ko‘plab amaliy fanlarda ham keng qo‘llaniladi. To‘plamlar nazariyasining chuqur o‘rganilishi matematik tafakkurni rivojlantirishga, murakkab tizimlarni tahlil qilishga va yangi ilmiy kashfiyotlar qilishga zamin yaratadi.

Adabiyotlar ro‘yxati

1. Halmos, P. R. (1960). *Naive Set Theory*. Van Nostrand Reinhold.
2. Moore, G. H. (1982). *Zermelo's Axiom of Choice: Its Origins, Development, and Influence*. Springer-Verlag.
3. Enderton, H. B. (1977). *Elements of Set Theory*. Academic Press.
4. Cantor, G. (1895). Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. *Mathematische Annalen*, 46(1), 481-512.

5. Zermelo, E. (1908). Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. *Mathematische Annalen*, 65(2), 261-281.
6. Von Neumann, J. (1925). Eine Axiomatisierung der Mengenlehre. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 154, 219-240.
7. Gödel, K. (1940). *The Consistency of the Continuum Hypothesis*. Princeton University Press.
8. Devlin, K. (1993). *The Joy of Sets: Fundamentals of Contemporary Set Theory*. Springer Science & Business Media.
9. Lipschutz, S., & Lipson, M. (2009). *Schaum's Outline of Theory and Problems of Set Theory and Related Topics*. McGraw-Hill Education.
10. Stoll, R. R. (1979). *Set Theory and Logic*. Dover Publications.
11. Suppes, P. (1972). *Axiomatic Set Theory*. Dover Publications.
12. Hrbacek, K., & Jech, T. (1999). *Introduction to Set Theory*. Marcel Dekker.
13. Tournakis, G. (2003). *Lectures in Logic and Set Theory, Volume 2: Set Theory*. Cambridge University Press.
14. Abian, A. (1965). *The Theory of Sets and Transfinite Numbers*. W. B. Saunders Company.
15. Jech, T. (2003). *Set Theory: The Third Millennium Edition, Revised and Expanded*. Springer Monographs in Mathematics.
16. Russell, B. (1903). *The Principles of Mathematics*. Cambridge University Press.
17. Knuth, D. E. (1997). *The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms*. Addison-Wesley.
18. Russell, B. (1902). Letter to Frege (June 16, 1902). In Frege, G. *Grundgesetze der Arithmetik*, Volume 2. Jena: Pohle.