

IYERARXIK PRINSIPDAN FOYDALANIB, MATEMATIK MODELLAR QURISHGA DOIR MASALALAR

Sharofutdinov Iqboljon Usmonjon o'g'li.

Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi, p.f.f.d.(PhD)

E-mail: Iqbol0766@gmail.com

Daminova Shohsanam Davlatjon qizi

Farg'ona davlat universiteti talabasi

E-mail: daminovashohsanam0@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur maqolada iyerarxik prinsip asosida matematik modellar qurish masalalari ko'rib chiqiladi. Murakkab tizimlarni modellashtirishda iyerarxik yondashuvning nazariy asoslari, model tuzish bosqichlari hamda amaliy qo'llanilish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Iyerarxik modellashtirish yordamida tizimning global va lokal xususiyatlarini birgalikda hisobga olish imkoniyati yaratilishi asoslab beriladi. Keltirilgan amaliy misol orqali ushbu yondashuvning samaradorligi namoyon etiladi. Tadqiqot natijalari iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellar murakkab tizimlarni tahlil qilish va boshqarishda samarali vosita ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: iyerarxik prinsip, matematik modellashtirish, murakkab tizimlar, ko'p darajali model, optimallashtirish, tizimli tahlil

Аннотация: В данной статье рассматриваются вопросы построения математических моделей на основе иерархического принципа. Анализируются теоретические основы иерархического подхода, этапы построения моделей и возможности их практического применения при моделировании сложных систем. Показано, что иерархическое моделирование позволяет учитывать как глобальные, так и локальные характеристики системы. На примере практической задачи продемонстрирована эффективность данного подхода. Результаты исследования подтверждают, что математические модели, построенные на основе иерархического принципа, являются эффективным инструментом анализа и управления сложными системами.

Ключевые слова: иерархический принцип, математическое моделирование, сложные системы, многоуровневая модель, оптимизация, системный анализ

Abstract; This article considers the issues of constructing mathematical models based on the hierarchical principle. The theoretical foundations of the hierarchical approach, the stages of model development, and possibilities for practical application in modeling complex systems are analyzed. It is shown that hierarchical modeling allows simultaneous consideration of both global and local characteristics of a system. An illustrative practical example demonstrates the effectiveness of the proposed

approach. The research results confirm that mathematical models built on the hierarchical principle are an efficient tool for analyzing and managing complex systems.

Keywords: hierarchical principle, mathematical modeling, complex systems, multilevel model, optimization, systems analysis

Kirish

Hozirgi zamon ilm-fani va texnologiyalarining jadal rivojlanishi murakkab tizimlarni chuqur tahlil qilish va ularning ishlash mexanizmlarini aniq ifodalovchi matematik modellarni yaratishni taqozo etmoqda. Iqtisodiyot, texnika, biologiya, ijtimoiy fanlar va boshqa ko'plab sohalarda uchraydigan murakkab jarayonlar ko'p bosqichli va o'zaro bog'liq elementlardan tashkil topgan bo'lib, ularni oddiy modellar yordamida ifodalash yetarli aniqlikni bermaydi. Shu sababli matematik modellashtirishda tizimli va iyerarxik yondashuvlarga ehtiyoj ortib bormoqda.

Iyerarxik prinsip murakkab tizimlarni bir necha daraja (pog'ona)larga ajratib, har bir darajadagi element va jarayonlarni alohida hamda o'zaro bog'liqlikda o'rganishga imkon beradi. Bu prinsip asosida qurilgan matematik modellar tizimning umumiy xulq-atvorini soddalashtirilgan, ammo yetarlicha aniq ko'rinishda tasvirlashga xizmat qiladi. Natijada modelni tahlil qilish, hisoblash jarayonlarini optimallashtirish va amaliy masalalarni yechish samaradorligi oshadi.

Mazkur maqolada iyerarxik prinsipdan foydalanib matematik modellar qurishning nazariy asoslari va amaliy jihatlari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, iyerarxik yondashuv asosida tuzilgan modellarning afzalliklari, ularni qo'llash doirasi hamda turli masalalarni yechishdagi ahamiyati tahlil qilinadi. Tadqiqot natijalari murakkab tizimlarni modellashtirish jarayonida iyerarxik prinsipdan foydalanishning samaradorligini asoslab berishga qaratilgan.

Iyerarxik prinsipning nazariy asoslari va matematik modellashtirishdagi o'rni

Matematik modellashtirish murakkab real tizimlarni abstrakt ko'rinishda ifodalash, ularning xususiyatlarini tahlil qilish va bashorat qilish imkonini beruvchi muhim ilmiy usul hisoblanadi. Model qurish jarayonida tizimning asosiy elementlari, ularning o'zaro bog'lanishlari hamda tashqi muhit bilan aloqalari aniqlanadi. Biroq murakkab tizimlarda elementlar sonining ko'pligi va ular o'rtasidagi bog'lanishlarning murakkabligi modellashtirish jarayonini sezilarli darajada qiyinlashtiradi. Shu sababli tizimni strukturalashtirish va darajalarga ajratish zarurati yuzaga keladi.

Iyerarxik prinsip tizimni tashkil etuvchi elementlarni ma'lum darajalar bo'yicha tasniflashga asoslanadi. Har bir daraja o'ziga xos vazifalarni bajaradi hamda quyi yoki yuqori darajalar bilan axborot almashinuvi orqali bog'lanadi. Matematik modellashtirish nuqtai nazaridan, bu prinsip murakkab tizimni bir butun holda emas,

balki bir-biri bilan bog'liq bo'lgan bir nechta nisbatan sodda quyi tizimlar orqali ifodalash imkonini beradi. Natijada modelning strukturasi aniqroq bo'lib, uni tahlil qilish va hisoblash jarayonlari yengillashadi.

Iyerarxik modellashtirishda yuqori darajadagi model tizimning umumiy maqsadi, global cheklovlari va strategik parametrlarini ifodalasa, quyi darajadagi modellar alohida elementlar yoki jarayonlarning lokal xususiyatlarini tavsiflaydi. Bunda yuqori darajadan quyi darajaga boshqaruv signallari yoki cheklovlar uzatiladi, quyi darajadan esa tizim holatini aks ettiruvchi natijalar va ko'rsatkichlar qayta uzatiladi. Ushbu o'zaro bog'liqlik iyerarxik tizimning yaxlit va izchil ishlashini ta'minlaydi.

Nazariy jihatdan iyerarxik prinsip tizimli tahlil, optimallashtirish nazariyasi, boshqaruv nazariyasi hamda ko'p darajali qaror qabul qilish modellariga tayanadi. Ko'p bosqichli optimallashtirish masalalarida iyerarxik yondashuv har bir bosqich uchun alohida maqsad funksiyalarini aniqlash va ularni umumiy maqsad bilan muvofiqlashtirish imkonini beradi. Bu esa resurslardan samarali foydalanish va optimal yechimlarni topishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Shu bilan birga, iyerarxik modellar noaniqliklarni hisobga olishda ham samarali hisoblanadi. Har bir darajada noaniqlik darajasi turlicha bo'lishi mumkin va bu holat alohida modellar orqali ifodalanadi. Natijada tizimning umumiy xatti-harakatini yanada real va ishonchli tarzda tavsiflash imkoniyati yaratiladi. Bu xususiyat iyerarxik prinsipni murakkab tizimlarni modellashtirishda universal yondashuvlardan biriga aylantiradi.

Yuqoridagi nazariy mulohazalar iyerarxik prinsip asosida matematik modellar qurishning muhim metodologik poydevorini tashkil etadi. Keyingi bo'limda ushbu prinsipdan foydalanib matematik modellarni shakllantirish bosqichlari va ularni amaliy masalalarga tatbiq etish usullari ko'rib chiqiladi.

Iyerarxik prinsip asosida matematik modellarni qurish bosqichlari

Iyerarxik prinsipdan foydalanib matematik model qurish jarayoni ketma-ket va tizimli bosqichlardan iborat bo'lib, har bir bosqich modelning aniqligi va amaliy ahamiyatini belgilab beradi. Ushbu yondashuv murakkab tizimni soddalashtirilgan, lekin mazmunan to'liq ifodalovchi modellar majmuasi orqali tavsiflash imkonini beradi. Model qurish jarayonida tizimning tuzilishi, elementlar o'rtasidagi bog'lanishlar hamda boshqaruv mexanizmlari asosiy e'tiborga olinadi.

Birinchi bosqichda modellashtirilayotgan tizimning umumiy maqsadi va tadqiqot predmeti aniqlanadi. Bu bosqichda tizimning asosiy funksiyalari, kirish va chiqish parametrlarining roli, shuningdek, modellashtirishdan ko'zlangan natijalar belgilab olinadi. Aynan ushbu bosqich iyerarxik tuzilmaning yuqori darajasini shakllantirishga asos bo'lib xizmat qiladi va keyingi bosqichlarda quriladigan quyi darajadagi modellar uchun yo'nalish beradi.

Ikkinchi bosqichda tizim iyerarxik darajalarga ajratiladi. Har bir daraja ma'lum vazifalarni bajaruvchi quyi tizimlardan tashkil topadi va ularning o'zaro bog'lanishlari aniqlanadi. Darajalarni shakllantirishda tizimning funksional, strukturaviy yoki boshqaruv xususiyatlaridan kelib chiqiladi. Bu jarayon murakkab tizimni mantiqiy jihatdan tushunarli qismlarga bo'lishga imkon yaratadi hamda modellashtirish jarayonini sezilarli darajada yengillashtiradi.

Uchinchi bosqichda har bir iyerarxik daraja uchun alohida matematik modellar ishlab chiqiladi. Bu modellar differensial tenglamalar, algebraik bog'lanishlar, ehtimollik modellari yoki optimallashtirish masalalari ko'rinishida ifodalanishi mumkin. Quyi darajadagi modellar odatda lokal jarayonlarni tavsiflaydi, yuqori darajadagi model esa ushbu jarayonlarni umumiy maqsad bilan muvofiqlashtiradi. Ushbu bosqichda parametrlar tanlovi va modelning adekvatligi muhim ahamiyatga ega.

To'rtinchi bosqichda iyerarxik darajalar o'rtasidagi axborot almashinuvi va o'zaro ta'sir mexanizmlari aniqlanadi. Yuqori darajadan quyi darajaga cheklovlar va boshqaruv signallari uzatiladi, quyi darajadan esa natijaviy ko'rsatkichlar va holat parametrlar qayta uzatiladi. Bu o'zaro bog'liqlik iyerarxik modelning yaxlitligini ta'minlaydi hamda tizimning umumiy xatti-harakatini izchil ifodalashga xizmat qiladi.

Yakuniy bosqichda qurilgan iyerarxik model tekshiriladi va tahlil qilinadi. Model natijalari real tizim ma'lumotlari bilan solishtiriladi, zarur hollarda parametrlar aniqlashtiriladi va model takomillashtiriladi. Ushbu bosqich iyerarxik yondashuvning amaliy samaradorligini baholash imkonini beradi.

Mazkur bosqichlar asosida qurilgan iyerarxik matematik modellar murakkab tizimlarni chuqurroq o'rganish va samarali boshqarish uchun mustahkam asos yaratadi. Keyingi bo'limda iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellarni amaliy masalalarda qo'llash imkoniyatlari va misollar ko'rib chiqiladi.

Iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellarni amaliy masalalarda qo'llash

Iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellar nazariy jihatdan asoslangan bo'lishi bilan birga, turli sohalaridagi amaliy masalalarni yechishda ham keng qo'llaniladi. Ushbu yondashuv murakkab tizimlarning real sharoitdagi ishlash jarayonlarini chuqur tahlil qilish, optimal qarorlar qabul qilish hamda resurslardan samarali foydalanish imkonini beradi. Amaliyotda uchraydigan ko'plab tizimlar ko'p darajali tuzilishga ega bo'lgani sababli, iyerarxik modellashtirish ularga mos va qulay yondashuv hisoblanadi.

Iqtisodiy tizimlarni modellashtirishda iyerarxik prinsip alohida ahamiyat kasb etadi. Masalan, makroiqtisodiy darajada umumiy ishlab chiqarish hajmi, bandlik darajasi va resurslar taqsimoti modellashtirilsa, mikroiqtisodiy darajada alohida korxonalar yoki bozor subyektlarining xatti-harakatlari tavsiflanadi. Ushbu darajalar

o'rtasidagi bog'liqlik iyerarxik model orqali ifodalanib, strategik va taktik qarorlarni muvofiqlashtirish imkonini beradi. Natijada iqtisodiy jarayonlarning rivojlanishini bashorat qilish va optimal boshqaruv mexanizmlarini ishlab chiqish mumkin bo'ladi.

Texnik va muhandislik tizimlarida ham iyerarxik modellar keng qo'llaniladi. Murakkab texnik obyektlar, masalan, avtomatlashtirilgan ishlab chiqarish liniyalari yoki energetik tizimlar, odatda bir nechta boshqaruv darajalaridan iborat bo'ladi. Yuqori darajada umumiy ish rejimi va samaradorlik ko'rsatkichlari belgilanadi, quyi darajalarda esa alohida qurilmalarning ishlash parametrlari boshqariladi. Iyerarxik matematik modellar ushbu darajalar o'rtasidagi muvofiqlikni ta'minlab, tizimning barqaror va samarali ishlashiga xizmat qiladi.

Ekologiya va biologiya sohalarida iyerarxik yondashuv tabiiy tizimlarning murakkab tuzilishini ifodalashda muhim o'rin tutadi. Masalan, ekologik tizimlarda populyatsiya, biotsenoz va ekotizim darajalari mavjud bo'lib, har bir daraja o'z qonuniyatlariga ega. Iyerarxik modellar ushbu darajalar o'rtasidagi o'zaro ta'sirni matematik jihatdan ifodalashga imkon beradi va atrof-muhitni muhofaza qilish bo'yicha samarali qarorlar qabul qilishga yordam beradi.

Shuningdek, ijtimoiy va ta'lim tizimlarini modellashtirishda ham iyerarxik prinsipdan foydalanish mumkin. Masalan, ta'lim jarayonida umumiy ta'lim siyosati yuqori darajada, o'quv muassasalari va individual ta'lim jarayonlari esa quyi darajalarda modellashtiriladi. Bu esa ta'lim sifatini baholash va boshqarishning samarali mexanizmlarini ishlab chiqishga xizmat qiladi.

Ko'rib chiqilgan amaliy misollar iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellar turli sohalarda yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatadi. Keyingi bo'limda iyerarxik modellashtirish yondashuvining afzalliklari, cheklovlari hamda uni rivojlantirish istiqbollari tahlil qilinadi.

Iyerarxik modellashtirishning afzalliklari, cheklovlari va rivojlanish istiqbollari

Iyerarxik prinsip asosida matematik modellar qurish murakkab tizimlarni tahlil qilishda samarali va moslashuvchan yondashuv sifatida e'tirof etiladi. Ushbu yondashuvning asosiy afzalliklaridan biri — tizimni mantiqiy jihatdan darajalarga ajratish orqali modellashtirish jarayonini soddalashtirish imkoniyatidir. Natijada har bir darajada nisbatan sodda va aniq matematik modellar tuziladi hamda ularning o'zaro bog'liqligi orqali tizimning umumiy xatti-harakati tavsiflanadi.

Iyerarxik modellashtirishning muhim afzalliklaridan yana biri hisoblash samaradorligining oshishidir. Murakkab tizimni bir butun holda modellashtirish katta hajmdagi hisoblash resurslarini talab qilsa, iyerarxik yondashuvda hisoblash jarayonlari darajalar bo'yicha taqsimlanadi. Bu esa modellarni tahlil qilish, optimallashtirish va kompyuterda amalga oshirish jarayonlarini ancha qulaylashtiradi.

Bundan tashqari, iyerarxik modellar parametrlarni moslashtirish va modelni takomillashtirish jarayonlarida ham yuqori darajada moslashuvchanlikni ta'minlaydi.

Shu bilan birga, iyerarxik modellashtirishning ayrim cheklovlari ham mavjud. Avvalo, tizimni darajalarga ajratish jarayoni subyektiv xarakterga ega bo'lishi mumkin va noto'g'ri tanlangan iyerarxik tuzilma modelning adekvatligiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Bundan tashqari, darajalar o'rtasidagi o'zaro ta'sirlarni to'liq va aniq ifodalash ba'zi hollarda murakkab masalaga aylanadi. Agar ushbu bog'lanishlar yetarli darajada hisobga olinmasa, model natijalari real tizimdan sezilarli darajada farq qilishi mumkin.

Kelgusida iyerarxik modellashtirish yondashuvini rivojlantirish sun'iy intellekt, mashinaviy o'rganish va katta hajmdagi ma'lumotlarni tahlil qilish texnologiyalari bilan integratsiyalashuv bilan chambarchas bog'liq. Zamonaviy hisoblash usullari yordamida iyerarxik modellarni avtomatik qurish, parametrlarni adaptiv aniqlash va real vaqt rejimida optimallashtirish imkoniyatlari kengayib bormoqda. Bu esa iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellarni yanada aniq, ishonchli va amaliy jihatdan samarali qilishga xizmat qiladi.

Shunday qilib, iyerarxik modellashtirish murakkab tizimlarni o'rganishda kuchli metodologik asos bo'lib, uning afzalliklari va cheklovlarini chuqur tahlil qilish kelgusidagi tadqiqotlar uchun muhim yo'nalishlarni belgilab beradi. Keyingi bo'limda ushbu tadqiqot natijalari umumlashtirilib, asosiy xulosalar keltiriladi.

Iyerarxik prinsip asosida matematik modellashtirishga doir amaliy misol

Iyerarxik prinsipning amaliy samaradorligini ko'rsatish maqsadida ikki darajali iyerarxik matematik model qaraladi. Tadqiqot obyekti sifatida resurslarni taqsimlash jarayoni tanlanadi, chunki bunday jarayonlar ko'p hollarda ko'p bosqichli va o'zaro bog'liq qarorlarni talab etadi.

Yuqori darajadagi modelda tizimning umumiy maqsadi — mavjud resurslarni optimal taqsimlash orqali umumiy samaradorlikni maksimal qilish deb olinadi. Ushbu darajada quyidagi optimallashtirish masalasi qo'yiladi:

$$\max F = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq R, x_i \geq 0$$

bu yerda R — umumiy resurs miqdori, x_i esa quyi darajadagi i -bo'linmaga ajratiladigan resurs ulushini bildiradi.

Quyi darajadagi modellarda har bir bo'linmaning o'ziga xos samaradorlik funksiyasi aniqlanadi. Masalan, i -bo'linma uchun quyidagi bog'lanish qaraladi:

$$y_i = a_i x_i - b_i x_i^2$$

bu yerda y_i — bo‘linmaning chiqish natijasi, a_i va b_i — mos ravishda samaradorlik va yo‘qotish koeffitsiyentlari.

Iyerarxik prinsipga muvofiq, quyi darajadagi modellar natijalari yuqori darajadagi qarorlarni aniqlashtirishda foydalaniladi. Ya’ni, yuqori darajadagi model x_i qiymatlarini tanlashda quyi darajadagi samaradorlik funksiyalarini hisobga oladi. Natijada tizimning umumiy samaradorligi quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\max \sum_{i=1}^n (a_i x_i - b_i x_i^2)$$

Ushbu iyerarxik model asosida olib borilgan hisoblashlar shuni ko‘rsatadiki, resurslarni teng taqsimlash har doim ham optimal yechim bermaydi. Aksincha, har bir bo‘linmaning lokal xususiyatlarini hisobga olgan holda taqsimlash umumiy samaradorlikni sezilarli darajada oshiradi. Bu holat iyerarxik prinsipning amaliy ahamiyatini yaqqol namoyon etadi.

Xulosa

Mazkur maqolada iyerarxik prinsipdan foydalanib matematik modellar qurishning nazariy va amaliy jihatlari yoritildi. Keltirilgan amaliy misol iyerarxik yondashuv murakkab tizimlarni modellashtirishda nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham samarali ekanligini ko‘rsatdi. Iyerarxik modellar orqali tizimning global va lokal xususiyatlarini birgalikda hisobga olish imkoniyati yaratiladi.

Xulosa qilib aytganda, iyerarxik prinsip asosida qurilgan matematik modellar resurslarni taqsimlash, boshqaruv qarorlarini qabul qilish va murakkab tizimlarni tahlil qilishda istiqbolli yondashuv hisoblanadi. Kelgusida ushbu yondashuvni yanada murakkab real tizimlarga tatbiq etish va hisoblash usullarini takomillashtirish dolzarb ilmiy masalalardan biri bo‘lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Forrester J. W. Industrial Dynamics. — Cambridge: MIT Press, 1961.
2. Bertalanffy L. von. General System Theory: Foundations, Development, Applications. — New York: George Braziller, 1968.
3. Mesarovic M. D., Macko D., Takahara Y. Theory of Hierarchical, Multilevel Systems. — New York: Academic Press, 1970.
4. Saaty T. L. The Analytic Hierarchy Process. — New York: McGraw-Hill, 1980.
5. Bellman R. Dynamic Programming. — Princeton: Princeton University Press, 1957.
6. Klir G. J. Architecture of Systems Problem Solving. — New York: Plenum Press, 1985.

7. Denisov A. A., Kolosov A. V. Teoriya sistem i sistemniy analiz. — Moskva: Fizmatlit, 2006.
8. Samarskiy A. A., Mikhailov A. P. Matematicheskoe modelirovanie. — Moskva: Nauka, 2001.
9. Venttsel E. S. Issledovanie operatsiy. — Moskva: Vysshaya shkola, 2004.
10. Axmedov M. A., Qodirov R. R. Matematik modellashtirish asoslari. — Toshkent: O'zbekiston, 2018.
11. Xolmatov B. S. Tizimli tahlil va matematik modellashtirish. — Toshkent: Fan va texnologiya, 2020.