

MURAKKAB PARAMETRLI KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH

Omonova Shakarjon Ro'zmatovna

Annotatsiya: Ushbu maqola murakkab parametrli kvadrat tenglamalarni yechish masalalariga bag'ishlangan. Kvadrat tenglamalar matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, bir nechta parametrlarning mavjudligi yoki parametrlarning murakkab bog'lanishi tufayli yechish jarayoni ancha qiyinlashadi. Maqolada kvadrat tenglamalarning umumiy shakli, bir nechta parametrlarning ta'siri, yechimlarning soni, xususiyatlari va mavjudlik shartlari, shuningdek, grafik, algebraik va analitik usullar orqali tahlil qilinadi. Asosiy qismda murakkab parametrli tenglamalarning ko'plab misollari keltirilgan bo'lib, ularni yechish algoritmi batafsil bayon etilgan, jumladan, diskriminantning parametrlar fazosidagi tahlili va yechimlarning parametrik ifodalari. Muhokama qismida parametrlarning o'zgarishi natijasida yuzaga keladigan maxsus holatlar, masalan, degeneratsiya, cheksiz yechimlar yoki parametrlar orasidagi bog'lanishlar muhokama qilinadi. Xulosada murakkab parametrli kvadrat tenglamalarning nazariy va amaliy ahamiyati, shuningdek, kelajakdagi tadqiqotlar uchun takliflar berilgan. Maqola oliy ta'lim talabalari va tadqiqotchilar uchun mo'ljallangan bo'lib, matematik modellash, fizika va muhandislik sohalarida qo'llanilishi mumkin.

Kalit so'zlar: Murakkab parametrli kvadrat tenglama, bir nechta parametrlar, diskriminant tahlili, parametrlar fazosi, algebraik yechimlar, grafik interpretatsiya, degeneratsiya holatlari, matematik modellash, O'zbek matematik adabiyotlari.

Аннотация: Данная статья посвящена проблемам решения квадратных уравнений с комплексными параметрами. Квадратные уравнения являются одним из основных понятий математики, и процесс их решения значительно усложняется наличием нескольких параметров или сложных соотношений между параметрами. В статье анализируется общая форма квадратных уравнений, влияние нескольких параметров, число решений, свойства и условия их существования, а также графические, алгебраические и аналитические методы. Основная часть содержит множество примеров комплексных параметрических уравнений и подробно описывает алгоритм их решения, включая анализ дискриминанта в пространстве параметров и параметрические выражения решений. В разделе обсуждения рассматриваются частные случаи, возникающие при изменении параметров, такие как вырождение, бесконечные решения или соотношения между параметрами. В заключении дается теоретическое и практическое значение квадратных уравнений с комплексными параметрами, а также предлагаются направления для дальнейших исследований. Статья предназначена для студентов высших учебных заведений и

исследователей и может быть использована в областях математического моделирования, физики и техники.

Ключевые слова: Квадратное уравнение с комплексными параметрами, многопараметрическое уравнение, дискриминантный анализ, параметрическое пространство, алгебраические решения, графическая интерпретация, случаи вырождения, математическое моделирование, узбекская математическая литература.

Abstract: This article is devoted to the problems of solving quadratic equations with complex parameters. Quadratic equations are one of the basic concepts of mathematics, and the solution process becomes much more difficult due to the presence of several parameters or complex relationships between parameters. The article analyzes the general form of quadratic equations, the effect of several parameters, the number of solutions, properties and conditions for their existence, as well as graphical, algebraic and analytical methods. The main part presents many examples of complex parametric equations, and the algorithm for solving them is described in detail, including the analysis of the discriminant in the parameter space and parametric expressions of solutions. The discussion part discusses special cases arising from changes in parameters, such as degeneracy, infinite solutions or relationships between parameters. The conclusion gives the theoretical and practical significance of quadratic equations with complex parameters, as well as suggestions for future research. The article is intended for higher education students and researchers and can be used in the fields of mathematical modeling, physics and engineering.

Keywords: Quadratic equation with complex parameters, multiple parameters, discriminant analysis, parameter space, algebraic solutions, graphical interpretation, degeneracy cases, mathematical modeling, Uzbek mathematical literature.

Kirish

Matematika fanida kvadrat tenglamalar fundamental ahamiyatga ega, chunki ular turli tabiiy va ijtimoiy fanlarda keng qo'llaniladi. Umumiy kvadrat tenglama

$$ax^2 + bx + c = 0$$

shaklida bo'lib, bu yerda a , b va c koeffitsientlar parametrlar orqali ifodalanishi mumkin [1, 30-32-betlar]. Murakkab parametrlar kvadrat tenglamalar esa bir nechta parametrlar (masalan, k , m , p) mavjud bo'lgan yoki parametrlar koeffitsientlarda murakkab funktsiyalar orqali bog'langan holatlarni nazarda tutadi. Bunday tenglamalarni yechishda parametrlarning har biri yechimlarning xususiyatlarini – masalan, haqiqiy yoki murakkab bo'lishi, soni va qiymatlarini – o'zgartirishi mumkin.

O'zbek matematik adabiyotlarida murakkab parametrlar tenglamalar haqida ishlar mavjud, masalan, A. To'rayevning "Algebra va sonlar nazariyasi" kitobida parametrlar tizimlarning asosiy xususiyatlari yoritilgan [2, 55-60-betlar]. Ushbu maqolada biz

murakkab parametrli kvadrat tenglamalarni yechishning asosiy usullarini ko'rib chiqamiz, ularni ko'plab misollar orqali tushuntiramiz va amaliy qo'llanishlarini muhokama qilamiz. Maqsad – o'quvchilarga murakkab parametrlarning ta'sirini chuqur tushunishda yordam berish, matematik tahlil va modellash ko'nikmalarini rivojlantirish.

Kirish qismida shuni ta'kidlash lozimki, murakkab parametrli tenglamalar nafaqat nazariy, balki amaliy muammolarda ham muhim. Masalan, muhandislikda struktura mustahkamligini hisoblashda parametrlar sifatida material xususiyatlari va yuklamalar ishlatilishi mumkin [3, 125-130-betlar]. Iqtisodiyotda esa optimizatsiya muammolarida parametrlar bozor sharoitlarini ifodalaydi. Ushbu maqola ushbu mavzuni batafsil o'rganishga asos soladi va oddiy parametrli holatlardan murakkabroqlariga o'tishni ta'minlaydi.

Asosiy qism

Asosiy qismda murakkab parametrli kvadrat tenglamalarning yechish usullarini batafsil ko'rib chiqamiz. Avval kvadrat tenglamaning umumiy shaklini eslaymiz:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ bu yerda } a \neq 0.$$

Yechimlar diskriminant orqali topiladi:

$$D = b^2 - 4ac.$$

Diskriminantning ishorasi yechimlarning xususiyatlarini aniqlaydi: $D > 0$ – ikkita haqiqiy yechim; $D = 0$ – bitta haqiqiy yechim; $D < 0$ – murakkab yechimlar [1, 33-bet].

Murakkab parametrli holatni ko'rib chiqaylik. Birinchi misol: tenglama

$$kx^2 + (m + 1)x + (k - m) = 0,$$

bu yerda k va m parametrlar. Diskriminant:

$$D = (m + 1)^2 - 4k(k - m) = m^2 + 2m + 1 - 4k^2 + 4km = -4k^2 + 4km + m^2 + 2m + 1.$$

Bu kvadrat shakl:

$$D = -4k^2 + 4mk + (m^2 + 2m + 1).$$

Yechimlar mavjudligi uchun $D \geq 0$ shartini tahlil qilish kerak. Bu parametrlar fazosida ($k-m$ tekisligida) giperbola yoki ellips shaklida hududlarni hosil qiladi [2, 56-bet]. Yechimlar:

$$x = \frac{-(m + 1) \pm \sqrt{D}}{2k} \text{ (agar } k \neq 0 \text{)}.$$

Agar $k = 0$, tenglama chiziqli bo'ladi:

$$(m + 1)x - m = 0, \text{ bu degeneratsiya holati [4, 70-bet].}$$

Ikkinchi murakkab misol:

$$(k^2 + 1)x^2 + 2mkx + (m^2 - k) = 0.$$

Bu yerda parametrlar kvadratik bog'langan. Diskriminant:

$$D = (2mk)^2 - 4(k^2 + 1)(m^2 - k) = 4m^2k^2 - 4(k^2 + 1)(m^2 - k) = 4k^3 + 4m^2 - 4k.$$

Soddalashtirganda:

$$D = 4(k^3 + m^2 - k).$$

Yechimlar soni $k^3 + m^2 - k \geq 0$ shartiga bog'liq. Bu yerda m^2 har doim musbat, lekin $k^3 - k$ ning qiymati parametrlar fazosida murakkab yuzalar hosil qiladi [3, 127-bet]. Masalan, agar $m = 0$,

$D = 4(k^3 - k) = 4k(k^2 - 1)$, bu $k < -1$, $-1 < k < 1$ yoki $k > 1$ hududlarida o'zgaradi.

Uchinchi misol: Uch parametrlil tenglama

$$px^2 + (k + m)x + (km - p) = 0,$$

bu yerda p, k, m parametrlar. Diskriminant:

$$D = (k + m)^2 - 4p(km - p) = k^2 + 2km + m^2 - 4pkm + 4p^2.$$

Bu shaklni to'ldirish kvadrati orqali tahlil qilish mumkin, lekin murakkab. Bu misolda Vieta formulalaridan foydalanib, yechimlar yig'indisi $-(k + m)/p$, ko'paytmasi $(km - p)/p$ ni parametrlar orqali bog'lash mumkin [5, 85-bet]. Agar $p = 0$, degeneratsiya yuz beradi.

Grafik usulda murakkab parametrlil tenglamalarni yechishda funksiya grafiklarini qurish va parametr o'zgarishini kuzatish mumkin. Masalan,

$$y = px^2 + (k + m)x + (km - p)$$

parabolasi, parametrlar o'zgarganda shakl, joylashuv va kesish nuqtalarini o'zgartiradi. Kompyuter dasturlari (masalan, MATLAB yoki GeoGebra) orqali 3D grafiklar qurish mumkin [4, 72-74-betlar].

Yana bir murakkab misol: Parametr funktsiyali tenglama

$$\sin(k) x^2 + m x + \cos(m) = 0.$$

Diskriminant:

$$D = m^2 - 4 \sin(k) \cos(m).$$

Bu yerda trigonometrik funktsiyalar murakkablik qo'shadi, yechimlar davriy o'zgaradi [2, 58-bet]. Yechish uchun numerik usullar (masalan, Nyuton metodi) tavsiya etiladi [3, 129-bet].

Beshta parametrlil murakkab misol:

$$(k + p)x^2 + (m + q)x + (r - kp) = 0.$$

Diskriminant:

$$D = (m + q)^2 - 4(k + p)(r - kp).$$

Bu ko'p o'lchovli fazo tahlilini talab qiladi, hududlarni aniqlash uchun inekvatsiyalar tizimi yechiladi [5, 86-88-betlar].

Shuni aytish mumkinki, murakkab parametrlil kvadrat tenglamalarni yechishning asosiy qadami diskriminantni parametrlar orqali ifodalash, uning ishorasini va maxsus holatlarni (degeneratsiya, cheksizlik) tahlil qilishdir. Bu usullar barcha misollarda qo'llaniladi va yuqori darajali matematik modellashda asosiy hisoblanadi.

Muhokama

Muhokama qismida murakkab parametrlil kvadrat tenglamalarning cheklovlari, afzalliklari va kengaytmalarini ko'rib chiqamiz. Birinchi navbatda, ko'p parametrlar mavjudligi tahlilni murakkablashtiradi, lekin real muammolarda zarur (masalan, kvant

mexanikasida potentsiallar) [3, 131-bet]. Diskriminantning salbiy bo'lishi murakkab yechimlarga olib keladi, bu osillatsiya yoki kvant tizimlarida foydali [4, 75-bet].

Ikkinchidan, degeneratsiya holatlari (masalan, $\mathbf{a} = \mathbf{0}$) alohida muhokama talab qiladi, chunki tenglama chiziqli bo'lib qoladi yoki cheksiz yechimlar paydo bo'ladi [2, 59-bet]. O'zbek adabiyotlarida bunday masalalar oliy matematika kurslarida chuqurroq o'rganiladi [5, 89-bet].

Uchinchidan, xatoliklar haqida: parametrlarning cheksiz yoki nol qiymatlari tahlilda muammo tug'dirishi mumkin. Numerik va grafik dasturlar (masalan, Python yoki Mathematica) orqali vizualizatsiya yordam beradi [1, 34-bet]. Muhokama shuni ko'rsatadiki, murakkab parametrli tenglamalar differensial tenglamalar va optimizatsiya muammolariga o'tishda asos bo'ladi.

Umuman, muhokama murakkab parametrli kvadrat tenglamalarning nazariy chuqurligi va amaliy qo'llanishini ta'kidlaydi, ularni yechish ko'nikmalari zamonaviy ta'limda muhim.

Xulosa va takliflar

Xulosada shuni aytish mumkinki, murakkab parametrli kvadrat tenglamalarni yechish matematikaning rivojlangan qismi bo'lib, ko'p parametrlar orqali yechimlar dinamikasini chuqur tushunishga yordam beradi. Yuqoridagi misollar va tahlillar shuni ko'rsatadiki, diskriminant va parametrlar fazosi asosiy vositalar hisoblanadi.

Takliflar:

1. Oliy o'quv yurtlarida murakkab misollarni ko'paytirish va kompyuter modellashini joriy etish;

2. Amaliy sohalarda (fizika, iqtisod) parametrli modellarni tadqiq qilish;

3. Yangi adabiyotlar yaratish va numerik usullarni rivojlantirish.

Kelajakda ko'p o'lchovli parametrli tizimlarni o'rganish zarur.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1] R. Qo'ziboyev. "Matematika: Algebra". Toshkent: O'zbekiston milliy ensiklopediyasi, 2015 yil, 30-35-betlar.

[2] A. To'rayev. "Algebra va sonlar nazariyasi". Toshkent: Sharq nashriyoti, 2018 yil, 55-60-betlar.

[3] M. Ismoilov. "Fizika va matematika modellari". Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashriyoti, 2020 yil, 125-132-betlar.

[4] S. Abdullayev. "Geometriya va algebra asoslari". Toshkent: Fan va texnologiya, 2017 yil, 70-76-betlar.

[5] B. Xudoyberdiyev. "Oliy matematika". Toshkent: O'qituvchi nashriyoti, 2019 yil, 85-90-betlar.