BOSHLANG'ICH FUNKSIYA

Buxoro davlat texnika universiteti
Aniq fanlar kafedrasi kata o'qituvchisi
Jumayeva Hurmatoy Xolmurotovna
Jumayeva.hurmatoy@mail.ru

Annotatsiya.

Ushbu maqolada boshlang'ich funksiya tushunchasi, ularning matematika fanidagi o'rni, ta'riflari, boshlang'ich funksiyani topishga doir misollar va ularning yechilish usullari keltirilgan.

Kalit so'zlar: funksiya, boshlang'ich funksiya, differensial, o'zgarmas son, oniy tezlik, tezlanish.

Amaliyotda teskari masala ham uchraydi: masalan, nuqtaning *v(t)* harakat tezligi berilgan, uning bosib o'tgan *s(t)* yo'lini toping, ya'ni shunday *s(t)* funksiyani topish kerakki, uning hosilasi *v(t)* ga teng bo'lsin. *s'(f)* = *v(t)* bo'lgan bunday *s(t)* funksiyani *v(t)* funksiyaning *boshlang'ich funksiyasi* deyiladi.

Biror oraliqdagi barcha *x* lar uchun *F'(x)* = *f(x)* bo'lsa, *F(x)* funksiya shu oraliqda *f(x)* funksiyaning *boshlang'ich funksiyasi* deyiladi.

Masalan, *F(x)* = sinx funksiya *f(x)* = cosx funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi, chunki (sinx)' = cosx; *F(x)* = $\frac{x^4}{4}$ funksiya *f(x)* = x^3 funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi, chunki $\left(\frac{x^4}{4}\right)' = x^3$.

1-masala. $\frac{x^3}{3}, \frac{x^3}{3}+1, \frac{x^3}{3}-4$ funksiyalarning hammasi ayni bir *f(x)* = x^2 funksiyaning boshlang'ich funksiyalari bo'lishini isbotlang.

1) $F_1(x)=\frac{x^3}{3}$ deb belgilaymiz, u holda $F_1'(x)=3\cdot\frac{x^2}{3}=x^2-f(x)$.

$$2) F_2(x)=\frac{x^3}{3}+1,..F_2'(x)=\left(\frac{x^3}{3}+1\right)'=\left(\frac{x^3}{3}\right)'+(1)'=x^2=f(x).$$

$$3) F_3(x)=\frac{x^3}{3}-4,..F_3'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-4\right)'=x^2=f(x).$$

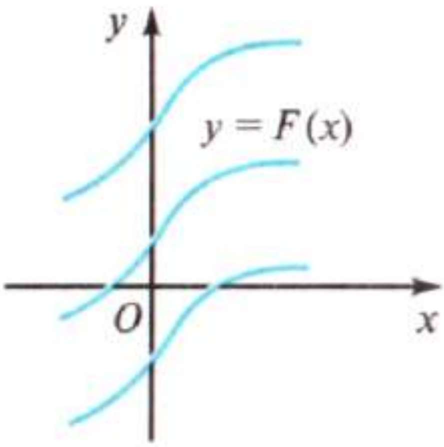
Umuman, har qanday $\frac{x^3}{3}+C$ (bunda C — o'zgarmas son) funksiya x^2 funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi. Bu xulosa o'zgarmas sonning hosilasi nolga tengligidan kelib chiqadi. Bu misol berilgan funksiya uchun uning boshlang'ich funksiyasi *bir qiymatli aniqlanmasligini* ko'rsatadi.

$F_1(x)$ va $F_2\{x)$ ayni bir $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyalari bo'lsin. U holda $F'(x)=f(x)$ va $F_2'(x)=f(x)$. Ularning $g(x)=F_1(x)- F_2(x)$ ayirmasining hosilasi nolga teng, chunki $g(x)= F_1'(x) - F_2'(x) =f(x)-f (x) = 0$.

Agar biror oraliqda $g(x)=0$ bo'lsa, u holda bu oraliqning har bir nuqtasida $y=g(x)$ funksiya grafigiga o'tkazilgan urinma *Ox* o'qiga parallel bo'ladi. Shuning uchun $y= g(x)$ funksiya grafigi *Ox* o'qiga parallel to'g'ri chiziq, ya'ni $g (x) = C$ bo'ladi, bunda C — biror o'zgarmas. $g(x) = C$, $g(x) = F_1(x) — F_2(x)$ tengliklardan ko'rinadiki, $F_1(x) = F_2(x) + C$.

Shunday qilib, *F(x)* funksiya biror oraliqda *f(x)* funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, u holda *f(x)* funksiyaning barcha boshlang'ich funksiyalari quyidagi ko'rinishda yoziladi: *F (x) + C*, bunda C — ixtiyoriy o'zgarmas.

Berilgan *f(x)* funksiya barcha boshlang'ich funksiyalarining grafiklarini ko'raylik. Agar *F(x)* funksiya *f(x)* funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan biri bo'lsa, u holda bu funksiyaning istalgan boshlang'ich funksiyasi *F(x)* ga *C* o'zgarmasni qo'shish bilan hosil qilinadi: *F(x) + C*. *y= F(x) + C* funksiyaning grafigi *y=F(x)* funksiya grafigini *Oy* o'q bo'ylab siljitishdan hosil qilinadi (rasm). *C* ni tanlash bilan boshlang'ich funksiya grafigini berilgan nuqta orqali o'tishiga erishish mumkin.



rasm.

2 - m a s a 1 a. $f(x) = x$ funksiya uchun grafigi (2;5) nuqta orqali o'tadigan boshlang'ich funksiyani toping.

$f(x) = x$ ning barcha boshlang'ich funksiyalari $F(x)=\frac{x^2}{2}+C$ formuladan topiladi, chunki $F'(x) = x$. Shunday C sonni topamizki, $y=\frac{x^2}{2}+C$ funksiyaning grafigi (2; 5) nuqtadan o'tsin. $x = 2$, $y = 5$ larni qo'yib, $5=\frac{2^2}{2}+C$ ni hosil qilamiz, bundan $C = 3$. Demak, $F(x)=\frac{x^2}{2}+3$

3 - m a s a 1 a. Istalgan haqiqiy $p \neq -1$ son uchun $F(x)=\left(\frac{x^{p+1}}{p+1}\right)$ funksiya $x > 0$ oraliqda $f(x) = x^p$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya ekanini isbotlang.

$\left(x^{p+1}\right)'=(p+1)x^p$ bo'lgani uchun $\left(\frac{x^{p+1}}{p+1}\right)'=\frac{\left(x^{p+1}\right)'}{p+1}x^p$ bo'ladi.

Masalan, $\frac{1}{x^2}$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi $\frac{x^{-2+1}}{-2+1} = -\frac{1}{x}$ ga teng; $\sqrt{x}$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi $\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ ga teng.

***F(x)* va *G(x)* — biror oraliqda mos ravishda *f(x)* va *g (x)* funksiyalarning boshlang'ich funksiyalari bo'lsin. U holda:**

1) *F(x)* ± *G(x)* funksiya *f(x)* ±*g(x)* funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi;

2) *a ·F(x)* funksiya *a·f(x)* funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi.

1- m a s a l a . $f(x) = x^2 + 3\cos x$ funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan birini toping.

Integrallash qoidalaridan hamda $p=2$ da x^p va cosx uchun boshlang'ich funksiyalar jadvalidan foydalanib, berilgan funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan birini topamiz:

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\sin x.$$

2 - m a s a l a . e^{l-x} - 4sin (2x + 3) funksiyaning barcha boshlang'ich funksiyalarini toping.

Boshlang'ich funksiyalar jadvalidan topamiz: e^{1-x} funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan biri $-e^{l-x}$ funksiya, sin(2x+3) funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan biri

$-\frac{1}{2}\cos(2x + 3)$ funksiya bo'ladi. Integrallash qoidalari bo'yicha berilgan funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan birini topamiz: $-e^{1-x}+2\cos(2x+3)$.

Javob: $-e^{1-x}+2\cos(2x+3)+C$.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, boshlang’ich funksiyalar matematika fanining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, turli tabiiy va texnik jarayonlarni o‘rganishda keng qo‘llaniladi. Ular noma’lum funksiya va uning hosilalari o‘rtasidagi bog‘lanishni ifodalash orqali ko‘plab hodisalarni matematik jihatdan tahlil qilish imkonini beradi. Boshlang’ich funksiyalar yordamida fizika, biologiya, iqtisodiyot, muhandislik va boshqa ko‘plab fan sohalarida yuzaga keladigan jarayonlarning matematik modellarini yaratish mumkin. Ularni yechish uchun turli analitik va sonli usullar qo‘llaniladi. Ko'rilgan misollarda va keyinchalik ham biror oraliqda *F(x)* funksiya *f(x)* funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lishi uchun ikkala *F(x)* va *f(x)* funksiya shu oraliqda aniqlangan bo'lishi kerak. Masalan, $\frac{1}{2x-4}$ funksiyaning $2x-4>0$ bo'ladigan oraliqdagi, ya'ni $x>2$ oraliqdagi boshlang'ich funksiyasi $\frac{1}{2}\ln(2x-4)$ funksiya bo'ladi.

Boshlang’ich funksiyalarni o‘rganish nafaqat nazariy matematika uchun, balki amaliy masalalarni hal qilishda ham muhim ahamiyatga ega. Ular yordamida turli jarayonlarning rivojlanish qonuniyatlarini chuqurroq tushunish va ilmiy asoslangan xulosalar chiqarish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Rasulov N.P, Safarov I.I, Muxitdinov R.T Oliy matematika , Toshkent-2012
2. Vafoyev R.H, Husanov J.H Boymatov Sh. Algebra va analiz asoslari – Toshkent: O’qituvchi,2003
3. Zill D. G. A First Course in Differential Equations with Modeling Applications. – Boston: Cengage Learning, 2014.
4. Simmons G. F. Differential Equations with Applications and Historical Notes. – New York: McGraw-Hill, 2013.