

ИССЛЕДОВАНИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАШИННОГО АГРЕГАТА С ЧЕРВЯЧНЫМ РЕДУКТОРОМ В ПРИВОДЕ С ЖЕСТКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

Р.У.Сиддиков

Доцент кафедры инженерных
технологий Кокандского ГУ

Направление потока мощности	Характеристика режима
	$M_1 > 0; M_2 < 0$ тяговый режим
	$M_1 < 0; M_2 > 0$ инверсный тяговый режим
	$M_1 > 0; M_2 > 0$ режим оттормаживания

Рис. 1. Режимы работы червячной передачи: Д – двигатель; ЧР – червячный редуктор; РМ – рабочая машина; – направление потока мощность

Существование и единственность решения при постоянной силе трения. Полученные уравнения движения машинного агрегата были приведены к одному нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка (2) относительно угловой скорости червяка ω_1 .

Для построения областей существования и единственности решений уравнений движения в качестве основных переменных рациональнее использовать значения внутренних моментов. В этом случае математическую модель машинного агрегата можно преобразовать к системе двух нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} J_{PM} \cdot M_1 - J_D \cdot u \cdot M_2 = J_{PM} \cdot M_D - J_D \cdot u \cdot M_{PM}; \\ M_2 = -u \cdot M_1 \end{cases} \quad (1)$$

Решение этой системы запишем в виде:

$$M_1(M_{PM}, M_D) = \frac{tg(\gamma - k_M \cdot \rho)(J_{PM} M_D - J_{Du} M_{PM})}{J_D(u^2 tg(\gamma) + \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot tg(\gamma - k_M \cdot \rho))}$$

$$M_2(M_{PM}, M_D) = \frac{(J_{PM} M_D - J_{Du} M_{PM})}{J_D(u^2 tg(\gamma) + \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot tg(\gamma - k_M \cdot \rho))} \quad (2)$$

Особенностью системы (1) и его решения является то, что входящий в них коэффициент k_M сам зависит от знака момента M_2 . Это приводит к тому, что в зависимости от соотношений между инерционными и силовыми характеристиками система (1) может иметь единственное решение, два решения или не иметь решений.

Для проведения анализа возможности существования решения нелинейной системы алгебраических уравнений (1) введем вспомогательные функции:

$$F_\gamma(M_{PM}, M_D) = u^2 \cdot tg(\gamma) + \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot tg(\gamma - k_M \cdot \rho);$$

$$F_1(M_{PM}, M_D) = J_{PM} M_D - J_{Du} M_{PM};$$

$$F_2(M_{PM}, M_D) = tg(\gamma - k_M \cdot \rho); \quad (3)$$

$$F_3(M_{PM}, M_D) = u M_D \cdot tg(\gamma) + M_{PM} \cdot tg(\gamma + \rho).$$

Тогда на основе (2) можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \text{sgn}[M_2(M_{PM}, M_D)] &= -\text{sgn}[F_1(M_{PM}, M_D)] \cdot \text{sgn}[F_\gamma(M_{PM}, M_D)]; \text{sgn}[M_1(M_{PM}, M_D)] \\ &= \text{sgn}[F_1(M_{PM}, M_D)] \cdot \text{sgn}[F_2(M_{PM}, M_D)] \times \\ &\times \text{sgn}[F_\gamma(M_{PM}, M_D)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Алгоритм определения возможности существования решения и числа

решений показан в виде блок-схемы (рис. 2).

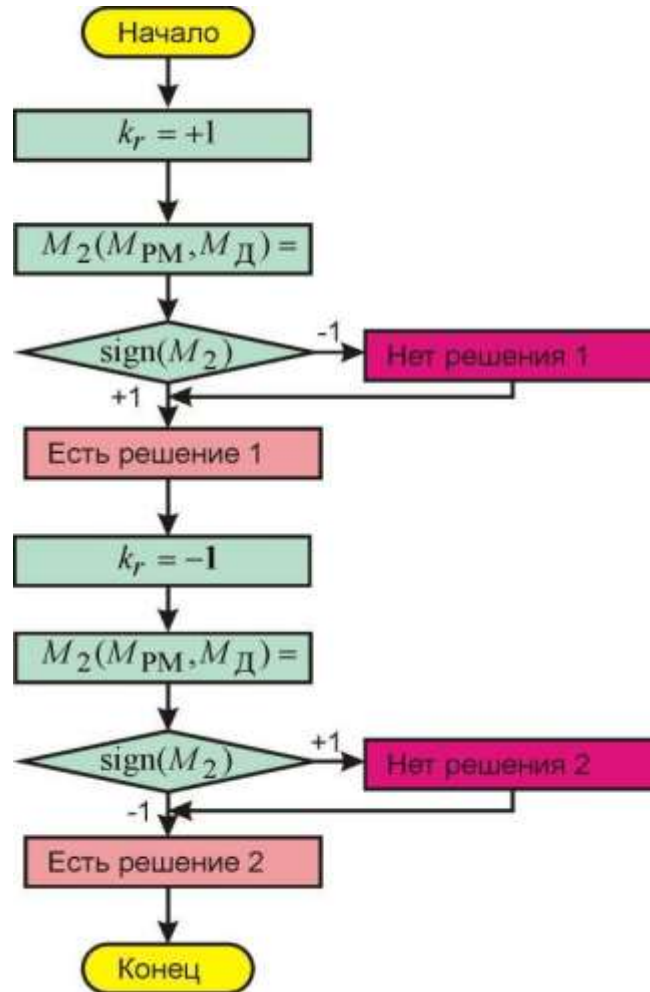


Рис. 2. Блок-схема алгоритма определения существования решения

Существование или отсутствие решения зависит от соотношения инерционных и силовых параметров системы. В зависимости от значений этих параметров разделим машинные агрегаты с червячной передачей на три типа:

– тип А: несамотормозящаяся червячная передача, $\gamma > \rho$;

– тип В: самотормозящаяся червячная передача, $\gamma < \rho$;

$$u^2 \operatorname{tg}(\gamma) - \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot \operatorname{tg}(\rho - \gamma) > 0;$$

– тип С: самотормозящаяся червячная передача, $\gamma < \rho$;

$$u^2 \operatorname{tg}(\gamma) - \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot \operatorname{tg}(\rho - \gamma) < 0.$$

Для графического представления результатов исследований введем плоскость существования решений (M_{PM}, M_D) , на которой условия конкретной задачи отображаются точкой M_i с координатами: M_{PMi}, M_{Di} . Графическая интерпретация областей существования решений системы и характеристика этих решений представлены на рис. 3 и в табл. 1.

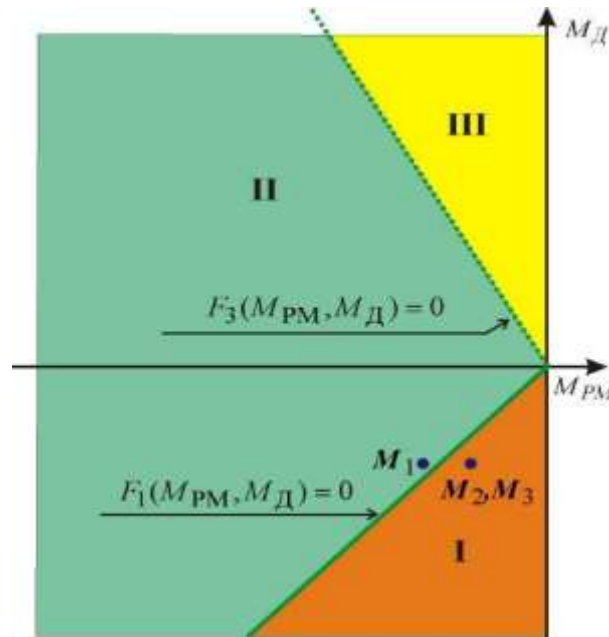


Рис. 2.9. Области существования решений уравнений движения при постоянной силе трения

Таблица 1

Режимы выбега машинного агрегата при постоянной силе трения

Тип машины	А		
Область на графике	I	II	III
Число решений	1	1	1
Характеристика движения	Выбег в инверсном тяговом режиме	Выбег в тяговом режиме	Разгон
Тип машины	В		
Область на графике	I	II	III

Число решений	1	1	1
Характеристика движения	Выбег в режиме оттормаживания	Выбег в тяговом режиме	Разгон
Тип машины	С		
Область на графике	I	II	III
Число решений	0	2	2
Характеристика движения	Заклинивание передачи	Выбег в тяговом режиме или режиме оттормаживания	Разгон в тяговом режиме или вы- бег в режиме от тормаживания

Существование и единственность решения при переменной силе трения. Важной особенностью червячной передачи является наличие двух нелинейностей. Первая нелинейность связана со скачкообразным изменением силовой передаточной функции при изменении направления передачи мощности. Вследствие этой нелинейности дифференциальные уравнения движения могут иметь одно или два решения или не иметь решений.

Вторая нелинейность связана с существенно нелинейной зависимостью силы трения в передаче от скорости скольжения в зацеплении и, следовательно, от угловых скоростей червяка и червячного колеса.

Общий вид областей существования решений и расположение изображающей точки M_i на плоскости существования решений по сравнению с приведенными на рис. 2.9 не изменятся. Изменение силы трения может привести к изменению наклона прямой, разделяющей области II и III (расширению области II и, соответственно, сужению области III), а также типа машины. Возможные варианты изменения типа машины в режиме выбега приведены в табл. 2.2. Начальная угловая скорость обозначена $\omega_{10} = \omega_1(0)$; угловая скорость в конце выбега – $\omega_{1T} = 0$. $W(\omega_1)$ – вспомогательная функция,

$$W(\omega_1) = u^2 \operatorname{tg}(\gamma) - \frac{J_{PM}}{J_D} \operatorname{tg}[\rho(\omega_1) + \gamma] \quad (4)$$

Таблица 2

Изменение типа машины при переменной силе трения

Вариант	Угол трения	Инерционные и кинематические характеристики	Тип машины
1	$\rho(\omega_{10}) < \gamma; \rho(\omega_{1T}) < \gamma$	любые	A
2	$\rho(\omega_{10}) < \gamma; \rho(\omega_{1T}) > \gamma$	$W(\omega_{10}) > 0; W(\omega_{1T}) > 0$	A → B
3	$\rho(\omega_{10}) < \gamma; \rho(\omega_{1T}) > \gamma$	$W(\omega_{10}) > 0; W(\omega_{1T}) < 0$	A → B → C

Таблица 3

Режимы выбега машинного агрегата при переменной силе трения

Вариант (табл. 2.2)	Начальное расположение изображающей точки	Режимы движения
1	I	Выбег в инверсном тяговом режиме
	II	Выбег в тяговом режиме
2	I	Выбег в инверсном тяговом режиме → выбег в режиме оттормаживания
	II	Выбег в тяговом режиме
3	I	Выбег в инверсном тяговом режиме → выбег в режиме оттормаживания → заклинивание передачи
	II	Выбег в тяговом режиме

Таблица 4

Возможность перехода к заклиниванию в зависимости от параметров передачи машинного агрегата в режиме выбега

Угол трения	Инерционные и кинематические характеристики	Режимы движения
$\rho > \gamma$	$u^2 \operatorname{tg}(\gamma) - \frac{J_{PM}}{J_D} \cdot \operatorname{tg}[\rho(\omega_1) + \gamma] < 0;$ $J_{PM} M_D - J_D u M_{PM} > 0$	заклинивание передачи

Угловые скорости, при которых происходит переход от выбега в инверсном тяговом режиме к режиму оттормаживания ω_{10T} и к заклиниванию передачи ω_{13} , определяются как корни уравнений:

$$\rho(\omega_{10T}) = \gamma; W(\omega_{13}) = 0. \quad (5)$$

Для проверки полученных условий существования режимов движения рассмотрим несколько примеров использования при различных сочетаниях параметров машины. Интегрирование уравнений движения выполнялось с помощью Matcad.

Пример 1. Исходные данные:

$$J_D = 1,63 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{PM} = 293,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_D = -0,55 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{PM} = -27,5 \text{ Н} \cdot \text{м}; u = 40; z_1 = 1; \gamma = 3^\circ; m = 4; \omega_{10} = 50 \text{ рад/с}.$$

Изображающая точка M_1 находится в области II (см рис. 3).

Проверяем условия изменения типа машины (см. табл. 2):

$$\rho(50) = 1,975^\circ < \gamma; \rho(0) = 6,369^\circ > \gamma; W(50) = 87,072; W(0) = 73,25$$

Согласно табл. 2.3 выбег будет происходить в тяговом режиме; знаки моментов M_1, M_2 не меняются. На рис. 2.10 представлены графики зависимостей $M_1(\omega_1), M_2(\omega_1)$.

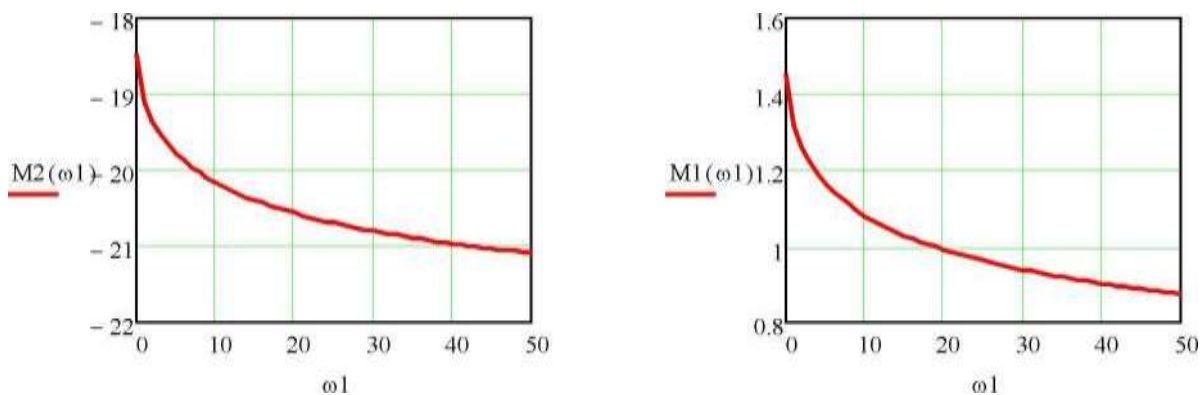


Рис. 4. Графики зависимостей $M_2(\omega_1); M_1(\omega_1)$ – пример 1

Пример 2. Исходные данные:

$$J_D = 0,652 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{PM} = 293,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_D = -0,55 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{PM} = -2,75 \text{ Н} \cdot \text{м}; u = 30; z_1 = 1; \gamma = 3^\circ; m = 6; \omega_{10} = 40 \text{ рад/с}.$$

Изображающая точка M_2 находится в области I (см рис. 3).

Проверяем условия изменения типа машины (см. табл. 2):

$$\rho(50) = 1,833^\circ < \gamma; \rho(0) = 6,369^\circ > \gamma; W(40) = 56,337; W(0) = 20,673.$$

Согласно табл. 3 начало выбега будет происходить в инверсном тяговом режиме, $M_1 < 0$, $M_2 > 0$

Список литературы

1. Автоматические линии в машиностроении: Справочник. В 3-х т. / Ред. совет: А.И. Дащенко (пред.) и др. М.: Машиностроение, 1985. Т. 3. Комплексные автоматические линии и участки / Под ред. А.И. Дащенко, Г.А. Навроцкого. 1985. 480 с.
2. Антофиль А.М. Об учете потерь на трение при приведении масс и сил. // Труды семинара по ТММ. М.: Изд-во АН СССР, 1952. Т. 12, № 47. С. 39-45.
3. АНТРИБ. Промышленная механика. [Электронный ресурс]. URL: <https://antrieb.ru> (дата обращения 01.06.2022)
4. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1988. 640 с.
5. Большая политехническая энциклопедия: более 7000 словарных статей [авт.-сост. Рязанцев В.Д.]. М.: Мир и образование, 2011. 700 стр.
6. Булатова М.Н. Математическая модель червячной передачи // Изв. ТулГУ. Технические науки. 2009. Вып .2. С. 34-40.
7. Булатова М.Н. Моделирование неустановившегося движения червячного привода автоматических роторных линий // Вибрационные машины и технологии: сб. науч. тр. / редкол. С.Ф. Яцун (отв. ред.); Курск. гос. тех. ун-т. Курск, 2008. С. 194-200.
8. Булатова М.Н. Особенности динамики привода автоматической роторной линии с червячным редуктором / Деп. в ВИНТИ № 498-В 2006 от 17.04.2006. 9 с.