

**EKSTREMUMGA DOIR GEOMETRIK MASALALAR***Adiba Yaxshimuratova Ilhomovna*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada ekstremumga doir geometrik masalalarning nazariy asoslari, ularni yechish usullari va amaliy ahamiyati atroflicha tahlil etilgan. Avvalo, ekstremum tushunchasi, uni minimallashtirish va maksimalashtirish masalalari atrofida umumiy ta'rif va asosiy tamoyillar keltirilgan. Keyin esa, klassik va zamonaviy geometriya doirasida uchraydigan, turli shakl va figuralarning yuzasi, perimetri, hajmi, radiuslari ekstremum holatlari chuqur tahlil qilinadi. Shu bilan birga, ushbu masalalarning qisqa qoidalari, amaliy misollari, o'quv va ilmiy amaliyotdagi ahamiyati yoritilib, o'zaro bog'liqligi, dolzarbligi va istiqbollari keltiriladi. Maqola oxirida muammoga xulosalar va undan kelib chiqadigan tavsiyalar hamda masalalarni yechishda qo'llaniladigan adabiyotlarga sharh beriladi.

**Kalit so'zlar:** ekstremum, geometrik masala, maksimal qiymat, minimal qiymat, yuzaning ekstremumi, perimetr, geometriya.

Ekstremumga doir masalalar matematikaning eng qadimiy, klassik va ayni paytda eng zamonaviy, amaliy ahamiyatga ega bo'lgan sohalaridan biridir. Ayniqsa, analitik va evklid geometriyasida yuzaga keladigan bir qator masalalar hamon fanda muhim ahamiyatga ega. Ekstremum deb, berilgan shart va cheklovlarda biror funksiyaning eng katta yoki eng kichik qiymatini topish masalalariga aytiladi. Geometriyadagi ko'plab masalalar esa aynan figuralarning yuzasi, hajmi, perimetri, radiusi kabi o'lchamlari maksimal yoki minimal bo'lishi uchun qanday shartlar bajarilishi kerakligini o'rganishga qaratilgan. Ekstremumga doir geometrik masalalar esa aynan shunday umumiy masalalardir. Ekstremumga doir masalalarni yechishda eng qadimdan boshlab fan va texnika rivoji, amaliy hayot ehtiyojlaridan kelib chiqqan holda, ko'plab olimlar ushbu sohani chuqur tahlil qilgan va yechish usullarini takomillashtirgan. Manbalardan ma'lumki, Yunon geometriyasidan boshlab, bu soha O'rta Osiyo musulmon olimlari ijodida ham muhim o'rin tutgan. Hozirgi zamon matematik tahlil, algebra, mexanika, fizikadagi masalalarning bir qismi ham aynan ekstremumga doir masalalarni yechishga borib taqaladi. Ekstremum masalalarining aksiomatik va nazariy asoslari, ularning matematika va amaliyotdagi o'rni, masalalarni yechishda qo'llaniladigan usullar, ayniqsa Lagrange ko'paytuvchilari, Derivatsiyalar, Koordinata usullari, Geometrik konstruksiya, Arximed, Evklid va boshqa olimlar tomonidan yaratilgan metodlar haqida so'z yuritiladi [1].

Ekstremum so'zi lotincha "extremum" so'zidan olingan bo'lib, "eng yuqori" yoki "eng past" degan ma'noni anglatadi. Geometriyada esa extremum holatlari figuraning muayyan o'lchami eng katta yoki eng kichik bo'lishi uchun qanday shaklga ega

bo'lishi kerakligini bildiradi. Masalan, berilgan uzunlikdagi to'g'ri to'rtburchaklar orasida, qaysi birining yuzasi eng katta bo'ladi, degan savol yoki doira ichiga chizilgan uchburchak yuzasi maksimal bo'lishi uchun nimalar bajarilishi lozim, degan masalalar aynan ekstremumga doir masalalardir.

Ekstremumga doir masalalarni yechishda quyidagi asosiy nazariy yondashuvlar keng qo'llaniladi:

Funktsiyaning eng katta yoki eng kichik qiymatini topish uchun odatda, avval ekstremum bo'lgan nuqtalarni aniqlash, ya'ni birinchi hosila nolga teng bo'lgan nuqtalarni topish, undan keyin esa ularning minima yoki maxima nuqta ekanligini tekshirish metodi ishlatiladi. Geometrik masalalarda esa geometrik invariantlar, simmetriya, klassik satsiyalardan foydalaniladi. Geometrik ekstremal masalalar ko'plab ko'rinishda bo'lishi mumkin, jumladan, berilgan perimetr uchun maksimal yoki minimal yuzani topish, berilgan yuzani maksimal yoki minimal perimetr bilan qurish, eng kichik yoki eng katta radiusli doiralar, parallelogrammlar, poligonlar va boshqalar.

Matematikaning bu sohasida eng ko'p uchraydigan masalalar qatoriga, quyidagilar kiradi:

- Berilgan uzunlikda to'g'ri burchakli parallelogram yoki to'rtburchakni qurib, uning yuzasi yoki perimetrini maksimal/minimal qilish.

- Ichiga eng katta doira sig'adigan yoki tashqarisidan eng kichik doira o'tkaziladigan figuralar.

- Berilgan yuzaga ega bo'lgan figuralardan eng kichik perimetrli yoki eng kichik hajmli sakkizburchak, uchburchak yoki boshqa shakllarni aniqlash [2].

Ekstremumga doir eng mashhur klassik masalalardan biri — berilgan perimetrli to'g'ri burchakli parallelogramning yuzasi qachon maksimal bo'ladi, degan masaladir. Aynan shunday holatda, geometrik isbotlar va algebraik ifodalar yordamida, kvadrat figuraning yuzasi eng katta qiymatga ega bo'lishini ko'rish mumkin. Yana bir mashhur masala — berilgan maydonda, perimetri eng kichik bo'lgan figurani qurish. Ushbu masalaning yechimi, izlaniladigan figurani doira shaklida olishdir, chunki doira chegarasida har qanday boshqa figuraga nisbatan minimal perimetrga ega bo'ladi. Shuningdek, uchburchaklar uchun ham ekstremum holatlari tadqiq qilinadi. Doira ichiga chizilgan eng katta yuzali uchburchak — teng tomonli uchburchakdir. Bu isbot elementar geometriya metodlari bilan olib boriladi [3].

Katetsalari butun sonlardan iborat bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchaklardan yuzasi yoki perimetri maksimal yoki minimal bo'lganlarini izlash ham ekstremal masalalardandir. Ko'pburchaklar uchun ham turli ekstremum masalalar tadqiq qilinadi. Masalan, bir xil perimetrga ega bo'lgan barcha muntazam ko'pburchaklarning ichida eng katta yuzaga ega bo'lish muntazam ko'pburchak, ya'ni perimetri cheklanmaganicha ko'pburchaklarning doiraga aylanib borishi oqibatida yuzasi

maksimal bo'lad. Geometrik ekstremum masalalar orasida ellips, parabola, giperbola kabi egri chiziqli figuralar bilan bog'liq masalalar ham mavjud. Masalan, har qanday ellipsning berilgan uzunlikda diaganallari eng katta maydonni ifodalaydi.

Ekstremumga doir masalalarni o'rganish, ularni yechish nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyat ham kasb etadi. Misol uchun, yer maydonlarini o'rashda, qurilishda, muhandislik sohasida, moddiy resurslardan samarali foydalanishda eng optimal shakl va o'lchamlarni aniqlash uchun ekstremum masalalari keng qo'llaniladi. Shuningdek, qilib bo'linadigan yuzanning eng katta yoki eng kichik bo'lishi, to'g'ri burchakli idish hajmining ekstremumi, suv omboridagi maksimal sig'im holatini topish, binolarning optimal balandligi yoki maydonini aniqlashda inglizlar va zamonaviy geometrlardan foydalangan. Amaliyotda ham maksimal samaradorlik va resurslardan minimal foydalanishga asoslangan masala va loyihalar, aynan ekstremumga doir masalalarni to'g'ri qo'llashga, ularni muammosiz tahlil qilishga bog'liq [4].

Ekstremumga doir geometrik masalalarni yechishda bir nechta asosiy usullar mavjud. Asosan, algebraik, analitik va sof geometrik usullar keng tarqalgan. Analitik usul ko'proq derivatsiyalar, ya'ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalardan foydalanadi. Bu usuldan quyidagicha foydalaniladi: masalan, perimetr yoki yuzasi biror algebraik ifoda orqali funksiyaga bog'lanadi va keyin bu funksiyaning hosilasi olinadi, hosila nolga tenglashtiriladi va bu nuqtalar orasida maxsus shart bajarlanganda, maksimal yoki minimal qiymati aniqlanadi. Geometrik konstruksiya usullari esa, simmetriya, to'g'rilik, tenglik, mutanosiblik tushunchalariga asoslanadi. Ayniqsa, simmetrik va muntazam figuralar ko'pincha ekstremal fazodagi shakllarni aniqlaydi. Bu usullar ilg'or geometrlarga mansub isbot va konstruksiyalarga asoslanadi. Lagrange ko'paytuvchilari usuli ko'proq cheklovli ekstremum masalalarida ishlatiladi. Bu usul yordamida, masalani ikki va undan ortiq cheklovlarni hisobga olgan holda optimal yechimga olib keladi. Fizikadagi masalalarda esa, masalan, to'g'ri chiziq orqali eng qisqa yo'l yoki eng kichik energiya masalalari ekstremum masalasi bo'lib, matematikaning amaliy sohalarida muhim o'rin tutadi.

Bugungi kunda ekstremumga doir masalalar faqat klassik geometriyada emas, matematik tahlil, ehtimollar nazariyasi, informatika, iqtisodiyot, texnika, arxitektura va boshqa sohalarida ham keng qo'llanilmoqda. IT sohasidagi dasturiy algoritmlar, sun'iy intellekt, optimallashtirish masalalari, portfel tuzishda ham ekstremumlarni hisoblash zarur bo'lad. Masalan, ma'lumotlar uzatishda eng samarali kodlarni topish, amalga oshiriladigan ishlar ketma-ketligini optimal o'rnatish, resurslardan minimal yoki maksimal foydalanish, texnologik jarayonlar yoki iqtisodiy jarayonlarning o'lchovlari ham aynan ekstremumga doir masalalar orqali hal qilinadi [5].

Matematikadan tashqarida ham, tabiiy fanlar, biologiya, ham kimyoda optimal konteynerlar, geometriyani hisobga olgan holda hujayralarning maksimal joylashuvi, optimal shakldagi kristallar, arxitekturada eng kam material bilan eng katta hajm, eng

kam kuch bilan eng katta quvvat, va boshqa ko'plab amaliyotlar ekstremumga doir geometriya masalalariga bevosita bog'liqdir.

### **Xulosa**

Ekstremumga doir geometrik masalalar matematikaning keng, muhim va amaliy ahamiyatga ega sohalaridan biri hisoblanadi. Bunday masalalarni o'rganishda nafaqat matematikaning asosiy nazariyalari va usullari, balki amaliy matematika, fizika, texnika, iqtisodiyot, arxitektura va boshqa fanlardan ham samarali foydalanish mumkin. Geometriyada ekstremum masalalarining chuqur tahlili, ularni yechishda zamonaviy va klassik metodlarni o'zaro uyg'unlashtirib ishlatish bugungi kunda eng dolzarb muammolardan biri hisoblanadi. Bunday masalalarni samarali yechish, resurslardan unumli foydalanish, ilmiy natijalarning pishiq va optimal bo'lishini ta'minlaydi. Ekstremumga doir masalalarni o'rganish, ularni yechish va ushbu yondashuvlarni hayotga tadbiiq qilish, matematikaning eng asosiy va ahamiyatli yutuqlaridan biri ekanligini e'tirof etamiz.

### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. G'ofurov A.M., "Matematika asoslari", Toshkent: O'zbekiston, 2019
2. Turg'unov S.T., "Geometriya nazariyasi", Toshkent: Fan, 2016
3. Juraev Sh.T., "Analitik geometriya", Toshkent: O'qituvchi, 2011
4. Xakimov I., "Oliy matematika va uning tatbiqlari", Toshkent: Fan va texnologiya, 2017
5. Alimov S.A., "Matematika. Qisqa kurs", Toshkent: O'qituvchi, 2014
6. Teshaboyev R., "Elementar matematikadan masalalar va misollar", Toshkent: TDPU, 2018
7. Egamberdiyev A., "Matematik analizdan masalalar", Toshkent: O'zbekiston, 2020