ISSN:3030-3621

Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi

BIR NECHA O‘ZGARUVCHILI KO‘PHADLAR. SIMMETRIK KO‘PHADLAR VA ULAR HAQIDAGI TEOREMALAR

Xudoyberdiyev Hasan O‘ktam o‘g‘li

Kattaqo‘rg‘on shahar 3-son texnikumi

matematika fan o‘qituvchisi

hasanxudoyberdiyev007@gmail.com

Annotatsiya. *Mazkur maqolada bir nechta o‘zgaruvchili ko‘phadlar va ularning muhim sinfi bo‘lgan simmetrik ko‘phadlarning nazariy asoslari ilmiy jihatdan tahlil qilinadi. Ishda ko‘p o‘zgaruvchili ko‘phadlarning ta’rifi, tuzilishi va asosiy xossalari yoritilib, simmetrik ko‘phadlarning o‘ziga xos jihatlari, ya’ni o‘zgaruvchilar o‘rin almashtirilganda invariantlik xususiyati batafsil bayon etiladi. Simmetrik ko‘phadlarning asosiy turlari hamda ularni elementar simmetrik ko‘phadlar orqali ifodalashga oid fundamental teoremalar ko‘rib chiqiladi. Mazkur teoremalar yordamida algebraik tenglamalar ildizlari va koeffitsiyentlari orasidagi bog‘lanishlar izohlanadi. Ishda nazariy natijalar bilan bir qatorda simmetrik ko‘phadlarning amaliy qo‘llanilish sohalari ham yoritilib, ularning matematik va kombinatorik masalalarni yechishdagi ahamiyati asoslab beriladi.*

Kalit so‘zlar. *birinchi darajali tenglamalar sistemasi, chiziqli tenglamalar, noma’lumlar, almashtirish usuli, qo‘shish usuli, grafik usul, algebra, matematik modellashtirish, yechim, koordinata tekisligi, mantiqiy fikrlash, matematik kompetensiya.*

Asosiy qism: P maydon ustida $x_1, x_2, ..., x_n$ o‘zgaruvchilardan bog‘liq bo‘lgan $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ko‘phad deb

$$a\,x_1^{k_1} x_2^{k_2} ... x_n^{k_n}, \qquad (1)$$

Ko‘rinishdagi hadlarning chekli sondagi yig‘indisiga aytiladi, bu yerda $k_i \geq 0$ $(i = \overline{1,n})$, $a - P$ maydonning elementidan iborat bo‘lib, (1) hadning koeffisiyenti deb yuritiladi. $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ko‘phadda o‘xshash hadlar keltirilgan hisoblanadi va koeffisiyenti nolga teng hadlar yozilmaydi.

Ikkita $f(x_1, ..., x_n)$ va $g(x_1, ..., x_n)$ ko‘phadlar teng deyiladi, agar ularning bir xil hadlari oldidagi koeffisiyentlari teng bo‘lsa.

$k_1 + k_2 + ... + k_n$ yig‘indi $a\,x_1^{k_1} x_2^{k_2} ... x_n^{k_n}$. hadning darajasi hisoblanadi. $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ *ko‘phadning barcha o‘zgaruvchilari bo‘yicha darajasi deb* uning hadlarining eng yuqori darajasiga aytiladi. Nolinchi darajali ko‘phadlar – bu P sonlar maydoning noldan farqli elementlaridan iborat. Barcha koeffisiyentlari nolga teng bo‘lgan ko‘phad nol ko‘phad deb yuritiladi. Nol ko‘phadning darajasi aniqlanmagan hisoblanadi. Agar $f(x_1,...,x_n)$ ko‘phadning hadlari barcha o‘zgaruvchilar bo‘yicha bir xil m, darajali bo‘lsa, bunday ko‘phad bir jinsli *ko‘phad* yoki $m-$darjali n o‘zgaruvchili *forma* deb yuritiladi.

$f(x_1,...,x_n)$ *ko‘phadning bitta o‘zgaruvchi* x_i $(i=\overline{1,n})$ ga nisbatan darajasi deb, bu ko‘phadning hadlariga kirgan x_i ning eng yuqori darajasiga aytiladi (bu daraja nolga teng bo‘lishi ham mumkin).

$f(x_1,...,x_n)$ va $g(x_1,...,x_n)$ *ko‘phadlarning yig‘indisi deb*, koeffisiyentlari f va g; ko‘phadlarning mos darajali hadlari koeffisiyentlarining yig‘indisidan iborat bo‘lgan ko‘phadga aytiladi.. $f(x_1,...,x_n)$ va $g(x_1,...,x_n)$ ko‘phadalarning *ko‘paytmasi deb*, f ni g ga hadma-had ko‘paytirib, so‘ngra o‘xshash hadlari ixchamlangan *ko‘phadga* aytiladi. Yuqorida kiritilgan ko‘phadlarni qo‘shish va ko‘paytirish amallariga nisbatan P maydon ustidagi $x_1, x_2,..., x_n$ o‘zgaruvchilardan bog‘liq barcha ko‘phadlar to‘plami kommutativ halqa tashkil etadi va bu halqa $P[x_1, x_2,..., x_n]$. orqali belgilanadi.

$\alpha = a\, x_1^{k_1} x_2^{k_2} ... x_n^{k_n}$ va $\beta = b\, x_1^{l_1} x_2^{l_2} ... x_n^{l_n}$ − lar $f(x_1,...,x_n) \in P[x_1, x_2,..., x_n]$, $a \neq 0$, $b \neq 0$. ko‘phadning ikkita har xil hadlari bo‘lsin. α had β haddan yuqori (β had esa α haddan quyi) deyiladi, agar shunday i, $1 \le i \le n$, mavjud bo‘lib, $k_1 = l_1, k_2 = l_2, ..., k_{i-1} = l_{i-1}$, va $k_i > l_i$. bo‘lsa.

Agar $f(x_1,...,x_n)$ ko‘phadning hamma hadlari shunday tuzilgan bo‘lsaki, har bir keyingi had o‘zidan oldingi haddan quyi bo‘lsa, u holda bu ko‘phadning hadlari *leksikografik yoki lug‘at bo‘yicha yozilgan deyiladi* (yoki $f(x_1,...,x_n)$ ko‘phad leksikografik (lug‘atiy) ko‘phad deyiladi).

11.1- ta’rif Agar ko‘p noma’lumli ko‘phaddagi ixtiyoriy ikkita noma’lumning o‘rinlarini almashtirganda ko‘phad o‘zgarmasa ,bunday ko‘phad ***simmetrik ko‘phad*** deyiladi.

Masalan:1) $f(x) = x_1^2x_2x_3 + x_1x_2^2x_3 + x_1x_2x_3^2$,$f(x) = x_1x_2x_3$ ko‘phadlar simmetrik ko‘phadlardir.

2) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2x_3 + x_1x_2^2x_3 + x_3^2$ ko‘phad simmetrik emas, chunki agar unda hamma yerda x_1 ni x_3 ga, $x_3$ni x_1 ga almashtirsak, quyidagi ko‘phad hosil bo‘ladi

$$x_3^2x_2x_1 + x_3x_2^2x_1 + x_1^2 \neq f(x_1, x_2, x_3)$$

n ta noma’lumli simmetrik ko‘phadlarning algebraik yig‘indisi va ko‘paytmasi yana n ta noma’lumli simmetrik ko‘phadlar bo‘ladi.

11.2.-ta’rif $x_1, x_2, ..., x_n$ noma’lumlardan tuzilgan

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n$$
$$\sigma_n = x_1x_2 \ldots . x_n$$

simmetrik ko‘phadlar *elementar(asosiy) simmetrik ko‘phadlar* deyiladi.

Simmetrik ko‘phadlar haqidagi asosiy teorema: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *o‘*zgaruvchilardan bog‘liq har qanday simmetrik ko‘phadni elementar simmetrik ko‘phadlarning ko‘phadi ko‘rinishida yagona shakldа ifodalash mumkin (uning koeffisientlari simmetrik ko‘phadning koeffisiyentlari qaysi maydondan bo‘lsa, o‘sha maydon elementlaridan iborat bo‘ladi).

Misol.$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = \tau_1^2 - 3\tau_2$

Berilgan simmetrik ko‘phadni elementar ko‘phadlar orqali ifodalash qulay bo‘lihi uchun bu ko‘phadni bir jinsli qismlarga ajratishi,ya’ni barcha o‘zgaruvchilar bo‘yicha darajalari bir xillarini to‘plash, bir jinsli qismlarining har birini alohida holda elementar simmetrik ko‘phadlar orqali ifodalash kerak bo‘ladi.Bir jinsli simmetrik $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ko‘phadni elementar simmetrik ko‘phadlar orqali ifodalash uchun uning yuqori hadi bo‘lgan $a_0x_1^{k_1}x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$ hadini olib uning $k_1, k_2, \ldots, k_n$ daraja ko‘rsatkichlari yozib chiqiladi,so‘ng quyidagi xossalarga ega bo‘lgan barcha $l_1, l_2, \ldots, l_n$ sonlar to‘plami tuziladi: 1) har bir to‘plamdagi sonlar yig‘indisi $l_1 + l_2, + \cdots + l_n$ bir xil va ular $k_1 + k_2 + \cdots + k_n$ yig‘indiga teng; 2) har bir to‘plamdagi sonlar o‘sib bormaydigan tartibda, ya’ni $l_1 \geq l_2 \geq \cdots \geq l_n$ bo‘lsin; 3) $x_1^{l_1}x_2^{l_2} \ldots x_n^{l_n}$ had $x_1^{k_1}x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$ haddan yuqori emas.Shundan so‘ng har bir $l_1, l_2, \ldots, l_n$ sonlar uchun $\sigma_1^{l_1-l_2}\sigma_2^{l_2-l_3} \ldots \sigma_{n-1}^{l_{n-1}-l_n}\sigma_n^{l_n}$ ko‘paytmani tuzib va $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ko‘phadni aniqmas koeffisiyentlar bilan tuzilgan shunday ko‘paytmalarning summasiga tenglashtiriladi. Agar tenglikning har ikkala tomonida $x_1, x_2, \ldots, x_n$ o‘zgaruvchilarga sonli qiymatlar berib koeffisiyentlarni topsak,natijada $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ko‘phadning elementar simmetrik ko‘phadlar orqali ifodasi topiladi.

Bu masalani yana quyidagicha yechish mumkin bo‘lib uni quyidagi misol orqali tushuntirib beramiz.

Misol. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 5x_1x_2x_3$ ko‘phadning elementar simmetrik ko‘phadlar orqali ifodasini topamiz.

Bu ko‘phad simmetrik ko‘phad bo‘lib uning yuqori hadi x_1^3 dan iborat.Unga 3 0 0 $(x_1^3x_2^0x_3^0)$ ko‘rsatkichlar sistemasi mos keladi.Xuddi shunday yuqori hadga quyidagi ko‘phad ham ega:

$$\sigma_1^3 = (x_1 + x_2 + x_3)^3$$
$$= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + 3x_1^2x_3 + 3x_1x_3^2 + 3x_2^2x_3 + 3x_2x_3^2 + 6x_1x_2x_3$$

Quyidagi ayirmani qaraymiz:

$$f - \sigma_1^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 - 3x_1^2x_3 - 3x_1x_3^2 - 3x_2^2x_3 - 3x_2x_3^2 - x_1x_2x_3$$

Hosil bo‘lgan ko‘phadning yuqori hadi $-3x_1^2x_2$ ga teng bo‘lib, unga 2 1 0 ko‘rsatkichlar sistemasi mos keladi. Xuddi shunday yuqori had quyidagi ko‘phadda ham bor:

$$-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^{0}) = -3\sigma_1\sigma_2 = -3(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$$
$$= -3(x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1x_2^2 + +x_2^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2x_3^2 + 3x_1x_2x_3)$$

$f - \sigma_1^3$ dan $-3\sigma_1\sigma_2$ ko‘phadni ayirib quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$f - \sigma_1^3 + 3\sigma_1\sigma_2 = 8x_1x_2x_3 = 8\sigma_3$$

Bundan quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2 + 8\sigma_3$$

Xulosa: Mazkur maqolada bir nechta o‘zgaruvchili ko‘phadlar va simmetrik ko‘phadlarning nazariy asoslari izchil ravishda tahlil qilindi. Tadqiqot jarayonida ko‘p o‘zgaruvchili ko‘phadlarning tuzilishi, darajasi, algebraik amallarga nisbatan xossalari hamda ularning kommutativ halqa hosil qilishi kabi muhim jihatlar yoritildi.

Simmetrik ko‘phadlar tushunchasi chuqur o‘rganilib, ularning o‘zgaruvchilar o‘rin almashtirilganda o‘zgarmasligi asosiy xususiyat sifatida ko‘rsatildi. Shuningdek, elementar simmetrik ko‘phadlar va ular orqali har qanday simmetrik ko‘phadni yagona ko‘rinishda ifodalash mumkinligini ifodalovchi asosiy teoremaning ahamiyati asoslab berildi. Bu natija algebraik tenglamalar nazariyasida, xususan, ildizlar va koeffitsiyentlar orasidagi bog‘lanishlarni aniqlashda muhim o‘rin tutadi.

Olib borilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, simmetrik ko‘phadlar nafaqat nazariy algebra doirasida, balki matematik modellashtirish, kombinatorika va boshqa amaliy sohalarda ham keng qo‘llaniladi. Ular murakkab algebraik ifodalarni soddalashtirish, umumlashtirish va tizimlashtirish imkonini beradi.

Bir nechta o‘zgaruvchili ko‘phadlar va simmetrik ko‘phadlar nazariyasini chuqur o‘rganish matematik tafakkurni rivojlantirishda, ilmiy tadqiqotlarni olib borishda hamda amaliy masalalarni samarali yechishda muhim nazariy va metodik asos bo‘lib xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Abduhamidov A.U., Nasimov H.A., Nosirov U.M., Husanov J.H. Algebra va matematik analiz asoslari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2014.
2. Abduhamidov A.U., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari (1–2 qismlar). – Toshkent: Istiqbol, 2000.
3. Alimov Sh.A., Kolmogorov A.N. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari (10–11-sinflar uchun). – Toshkent: O‘qituvchi, 1996.
4. Vilenkin N.Y. va boshqalar. Algebra va matematik analiz. – Toshkent: O‘qituvchi, 1992.
5. Galitskiy M.L. va boshqalar. Algebra va matematik analiz kursini chuqur o‘rganish. – Toshkent: O‘qituvchi, 1985.

6. To‘laganov T.R. Elementar matematika. – Toshkent: O‘qituvchi, 1997.
7. Qodirov O., Yo‘ldoshev U. Matematika (algebra) fanidan qo‘llanma. – Toshkent: Tafakkur nashriyoti.
8. Sadullaev A., Xudoyberganov G‘. Oliy matematika asoslari. – Toshkent: O‘zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti.
9. Karimov B., Tursunov S. Chiziqli algebra elementlari. – Toshkent: Universitet nashriyoti.
10. Ismoilov M., Rasulov T. Algebra masalalar to‘plami. – Toshkent: Fan nashriyoti.