

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR

Ziyatov Hasan Sultonmurod o'g'li
Kattaqo'rg'on shahar 3-son texnikumi
Matematika fani o'qituvchisi
ziyatovhasan3@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada trigonometrik funksiyalar matematik tahlilning muhim bo'limi sifatida keng yoritiladi. Sinus, kosinus, tangens va kotangens funksiyalarining ta'rifi, ularning asosiy xossalari hamda grafik xususiyatlari ilmiy asosda tahlil qilinadi. Trigonometrik funksiyalar nafaqat nazariy matematika, balki fizika, muhandislik, axborot texnologiyalari, geodeziya va iqtisodiyot kabi ko'plab sohalarda keng qo'llanilishi bilan ajralib turadi. Maqolada ushbu funksiyalarning davriyligi, juft va toqlik xossalari, trigonometrik ayniyatlar hamda ularning amaliy ahamiyati batafsil tushuntiriladi. Shuningdek, zamonaviy ta'lim jarayonida trigonometrik funksiyalarni o'rganishning dolzarbligi ham asoslab beriladi.

Kalit so'zlar. Trigonometrik funksiyalar, sinus, kosinus, tangens, kotangens, davriylik, trigonometrik ayniyatlar, birlik aylana, matematik tahlil, grafik, burchak, radian, funksiyalar xossalari.

Kirish. Matematika fanining eng muhim va keng qo'llaniladigan bo'limlaridan biri bu trigonometriya hisoblanadi. Trigonometriya qadimdan insoniyatning amaliy ehtiyojlari asosida shakllangan bo'lib, u burchaklar va ularning tomonlari orasidagi bog'lanishlarni o'rganadi. Ushbu fan dengizchilik, astronomiya, qurilish va geodeziya kabi sohalarda dastlabki amaliy muammolarni hal qilish jarayonida rivojlangan.

Trigonometrik funksiyalar esa trigonometriyaning markaziy tushunchasi bo'lib, ular burchaklar va aylana harakati bilan bog'liq jarayonlarni matematik ifodalash imkonini beradi. Hozirgi kunda trigonometrik funksiyalar zamonaviy ilm-fan va texnikaning ajralmas qismiga aylangan bo'lib, ular yordamida to'lqinlar, tebranishlar, signal jarayonlari va turli davriy hodisalar modellashtiriladi.

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi trigonometrik funksiyalarni nazariy jihatdan tahlil qilish, ularning asosiy xossalarini ochib berish va amaliy qo'llanilish sohasini yoritishdan iboratdir.

Asosiy qism. Trigonometrik funksiyalar tushunchasi birlik aylana bilan chambarchas bog'liq bo'lib, bu aylananing markazi koordinata tekisligining boshlang'ich nuqtasida joylashgan va radiusi birga teng bo'ladi. Aylana bo'ylab harakatlanayotgan nuqtaning koordinatalari sinus va kosinus funksiyalari orqali ifodalanadi. Bunda burchakning qiymati ortishi bilan nuqta aylana bo'ylab

harakatlanadi va uning x va y koordinatalari mos ravishda kosinus va sinus qiymatlarini beradi.

Sinus funksiyasi burchakning qarshi katetining gipotenuzaga nisbati sifatida aniqlanadi va uning qiymati birlik aylanada y koordinataga mos keladi. Bu funksiya butun sonlar o'qi bo'yicha aniqlangan bo'lib, uning qiymatlari doim -1 va 1 oralig'ida o'zgaradi. Sinus funksiyasi davriy xarakterga ega bo'lib, uning davri 2π ga teng. Shuningdek, u toq funksiya bo'lib, koordinatalar boshiga nisbatan simmetriklik xususiyatini namoyon qiladi.

Kosinus funksiyasi esa burchakning yon katetining gipotenuzaga nisbatini ifodalaydi va birlik aylanada x koordinata bilan mos keladi. Kosinus funksiyasi ham barcha haqiqiy sonlar uchun aniqlangan bo'lib, uning qiymatlari -1 va 1 oralig'ida bo'ladi. Bu funksiya juft funksiya hisoblanadi va uning grafigi y o'qiga nisbatan simmetrikdir. Kosinus funksiyasining davri ham 2π ga teng bo'lib, u ham davriy jarayonlarni ifodalashda muhim ahamiyatga ega.

Tangens funksiyasi sinus va kosinus funksiyalarining nisbatidan hosil bo'ladi va u burchakning sinus qiymatini kosinus qiymatiga bo'lish orqali aniqlanadi. Tangens funksiyasi kosinus nolga teng bo'lmagan barcha qiymatlar uchun aniqlangan bo'lib, uning qiymatlar to'plami barcha haqiqiy sonlarni qamrab oladi. Ushbu funksiya π davrga ega bo'lib, u toq funksiya sifatida xarakterlanadi. Tangens funksiyasining grafigi uzluksiz emas, u ma'lum nuqtalarda uzilishlarga ega bo'ladi va asimptotalar hosil qiladi.

Kotangens funksiyasi esa tangens funksiyasiga teskari bo'lib, u kosinusning sinusga nisbatidan hosil qilinadi. Bu funksiya sinus nolga teng bo'lmagan barcha qiymatlar uchun aniqlanadi va uning ham qiymatlar sohasi barcha haqiqiy sonlarni o'z ichiga oladi. Kotangens funksiyasi ham π davrga ega va toq funksiya hisoblanadi.

Trigonometrik funksiyalar o'zaro bog'liq bo'lgan muhim ayniyatlarga ega bo'lib, ularning eng asosiylaridan biri sinus va kosinus kvadratlari yig'indisining birga tengligidir. Bu ayniyat matematik hisoblashlarda juda katta ahamiyatga ega bo'lib, u ko'plab murakkab ifodalarni soddalashtirish imkonini beradi. Bundan tashqari, tangens va kotangens bilan bog'liq boshqa muhim trigonometrik munosabatlar ham mavjud bo'lib, ular ilmiy va amaliy hisob-kitoblarda keng qo'llaniladi.

Trigonometrik funksiyalarning grafiklari ularning xatti-harakatini chuqur tushinishda muhim vosita hisoblanadi. Sinus va kosinus grafiklari to'lqinsimon ko'rinishga ega bo'lib, ular davriy ravishda takrorlanadi. Bu grafiklar yordamida fizik jarayonlar, xususan tebranish va to'lqin harakatlari matematik jihatdan ifodalanadi. Tangens va kotangens grafiklari esa uzilishlarga ega bo'lib, ular ma'lum nuqtalarda cheksizlikka intiladi.

Amaliy jihatdan trigonometrik funksiyalar juda keng qo'llaniladi. Fizikada ular mexanik tebranishlar, tovush va yorug'lik to'lqinlarini ifodalashda ishlatiladi.

Muhandislikda esa turli konstruksiyalarni loyihalash va kuchlarni hisoblashda trigonometrik modellardan foydalaniladi. Geodeziyada yer yuzasidagi masofalarni aniqlash va xaritalar tuzishda trigonometrik funksiyalar asosiy vosita hisoblanadi. Shuningdek, kompyuter grafikasi va raqamli texnologiyalarda ham trigonometrik funksiyalar muhim rol o'ynaydi.

Xulosa. Trigonometrik funksiyalar matematik tahlilning eng muhim va asosiy bo'limlaridan biri bo'lib, ular nafaqat nazariy matematika doirasida, balki real hayotning deyarli barcha texnik va tabiiy jarayonlarini tushuntirishda ham katta ahamiyatga ega hisoblanadi. Sinus, kosinus, tangens va kotangens funksiyalari orqali davriy jarayonlarni matematik ifodalash imkoniyati yaratiladi va bu esa murakkab hodisalarni soddalashtirib, ularni tahlil qilishni osonlashtiradi.

Trigonometrik funksiyalarning eng muhim jihatlaridan biri ularning davriyligidir. Davriy funksiyalar tabiat va texnikada juda ko'p uchraydi. Masalan, tovush to'lqinlari, elektr signallari, yurak urishi, mexanik tebranishlar va hatto yorug'likning tarqalishi ham davriy jarayonlar sifatida trigonometrik funksiyalar yordamida ifodalanadi. Shu sababli trigonometrik funksiyalarni o'rganish tabiiy fanlarni chuqur tushunishda asosiy poydevor bo'lib xizmat qiladi.

Shuningdek, trigonometrik funksiyalar grafiklari orqali ularning xatti-harakatini vizual ko'rinishda tahlil qilish mumkin. Sinus va kosinus grafiklarining silliq to'lqin shaklida bo'lishi ularning uzluksiz va davriy ekanligini yaqqol ko'rsatadi. Tangens va kotangens grafiklaridagi uzilishlar esa matematik analizda limit, asimptota va uzluksizlik tushunchalarini chuqurroq anglashga yordam beradi. Bu esa talabalarning abstrakt fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.

Trigonometrik ayniyatlar esa matematik hisoblashlarni soddalashtirishda muhim vosita hisoblanadi. Ular yordamida murakkab ifodalarni qisqartirish, tenglamalarni yechish va turli matematik modellarni tahlil qilish ancha qulaylashadi. Ayniqsa $\sin^2x + \cos^2x = 1$ kabi asosiy ayniyatlar matematik analiz va fizika fanlarida juda keng qo'llaniladi va ko'plab formulalarning asosini tashkil qiladi.

Amaliy jihatdan trigonometrik funksiyalar muhandislik, arxitektura, geodeziya, kompyuter grafikasi, robototexnika va telekommunikatsiya sohalarida bevosita qo'llaniladi. Masalan, bino va ko'priklar loyihalashda burchaklar va kuchlarni hisoblash, yer sathini o'lchashda masofalarni aniqlash, 3D grafikada obyektlarning harakatini modellashtirish kabi jarayonlar trigonometrik funksiyalarsiz tasavvur qilib bo'lmaydi. Bu esa ularning amaliy ahamiyati nihoyatda yuqori ekanligini ko'rsatadi.

Shu bilan birga, trigonometrik funksiyalarni chuqur o'rganish nafaqat matematik bilimlarni kengaytiradi, balki mantiqiy fikrlash, tahlil qilish va muammoni yechish ko'nikmalarini ham rivojlantiradi. Bu ko'nikmalar esa zamonaviy texnologiyalar davrida har bir mutaxassis uchun zarur hisoblanadi.

Trigonometrik funksiyalar matematikaning fundamental asoslaridan biri bo'lib, ularni o'rganish ilmiy dunyoqarashni shakllantirishda, tabiiy va texnik jarayonlarni tushunishda hamda amaliy masalalarni yechishda beqiyos ahamiyatga ega. Ular insoniyat ilm-fani rivojida muhim rol o'ynab kelmoqda va kelajakda ham o'z dolzarbligini yo'qotmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Karimov I. A. Oliy matematika asoslari. Toshkent: O'qituvchi, 2020.
2. Abdullayev M. Trigonometriya va matematik analiz asoslari. Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
3. Yusupov S. Oliy matematika. I qism. Toshkent: O'zbekiston, 2018.
4. Ismoilov N. Elementar matematika kursi. Toshkent: O'qituvchi, 2017.
5. G'ulomov A. Matematik analiz asoslari. Toshkent: Universitet, 2021.
6. Ahmedov B. Trigonometriya. O'quv qo'llanma. Toshkent, 2016.
7. Jo'raev Sh. Oliy matematika masalalar to'plami. Toshkent: Fan, 2018.
8. Rahimov U. Matematikadan qo'llanma. Toshkent: Sharq, 2015.
9. Sirojiddinov S. Matematik analizga kirish. Toshkent: Universitet, 2020.
10. Qodirov O. Analitik geometriya va trigonometriya. Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
11. Xolmatov F. Oliy matematika darsligi. Toshkent: Iqtisod-moliya, 2021.
12. Rasulov D. Matematik metodlar. Toshkent: O'qituvchi, 2017.
13. Ergashev A. Trigonometrik funksiyalar va ularning qo'llanilishi. Toshkent, 2018.
14. Mirzayev K. Oliy matematika (1-qism). Toshkent: Universitet, 2016.
15. Salimov J. Matematik tahlil asoslari. Toshkent: Fan, 2022.
16. Toshpo'latov N. Elementar matematika. Toshkent: Sharq, 2015.
17. Usmonov Z. Trigonometriya bo'yicha masalalar to'plami. Toshkent, 2019.
18. Karimova D. Matematikadan amaliy qo'llanma. Toshkent, 2020.
19. Hamidov B. Oliy matematika nazariyasi va amaliyoti. Toshkent, 2021.
20. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. Matematika fan dasturi va standartlari. Toshkent, 2022.