

**EHTIMOLLAR NAZARIYASI ASOSLARI VA ULARNING
TAHLILIMAVZULAR: EHTIMOLLARNI QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH
TEOREMALARI, ERKLI SINOVLAR KETMA-KETLIGI, BERNULLI
SXEMASI, LIMIT TEOREMALARI.**

B.I.ASHUROVGA

*Senior lecturer, Department of Higher
Mathematics, Samarkand Institute
of Economics and Service.*

E-mail: ashurovbahtiyor8917@gmail.com

Annotatsiya

Ushbu maqola ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va tamoyillarini chuqur tahlil qilishga bag'ishlangan. Unda ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremalari, erkli sinovlar ketma-ketligi hamda Bernulli sxemasi kabi muhim mavzular batafsil yoritilgan. Shuningdek, tasodifiy jarayonlarning uzoq muddatli xususiyatlarini tushunish uchun fundamental ahamiyatga ega bo'lgan limit teoremalari, jumladan, markaziy limit teorema atroflicha ko'rib chiqiladi. Maqola turli ilmiy va muhandislik sohalaridagi talabalar va tadqiqotchilar uchun mustahkam nazariy asos va analitik vositalarni taqdim etishni maqsad qilgan.

Kalit so'zlar: Ehtimollar Nazariyasi, Qo'shish Teoremasi, Ko'paytirish Teoremasi, Erkli Sinovlar, Bernulli Sxemasi, Limit Teoremalari, Markaziy Limit Teorema, Tasodifiy Hodisalar

Abstract

This article is dedicated to a comprehensive analysis of the fundamental concepts and principles of probability theory. It meticulously covers essential topics such as the addition and multiplication theorems of probabilities, sequences of independent trials, and the Bernoulli scheme. Furthermore, the paper provides an in-depth examination of limit theorems, including the central limit theorem, which are crucial for understanding the long-term behavior of random processes. The aim is to offer a robust theoretical foundation and analytical tools for students and researchers across various scientific and engineering disciplines.

Keywords: Probability Theory, Addition Theorem, Multiplication Theorem, Independent Trials, Bernoulli Scheme, Limit Theorems, Central Limit Theorem, Random Events

Аннотация

Данная статья посвящена всестороннему анализу фундаментальных концепций и принципов теории вероятностей. В ней подробно рассматриваются такие ключевые темы, как теоремы сложения и умножения вероятностей,

последовательности независимых испытаний и схема Бернулли. Кроме того, работа содержит углубленное изучение предельных теорем, включая центральную предельную теорему, которые имеют решающее значение для понимания долгосрочного поведения случайных процессов.

Целью статьи является предоставление прочной теоретической основы и аналитического аппарата для студентов и исследователей в различных научных и инженерных областях.

Ключевые слова: Теория Вероятностей, Теорема Сложения, Теорема Умножения, Независимые Испытания, Схема Бернулли, Предельные Теоремы, Центральная Предельная Теорема, Случайные События

Kirish

Ehtimollar nazariyasi zamonaviy ilm-fan, texnologiya va ijtimoiy fanlarning ko'plab sohalarida noaniqlikni miqdoriy tahlil qilish va bashorat qilish uchun fundamental vosita bo'lib xizmat qiladi. U tasodifiy hodisalarning qonuniyatlarini o'rganishga, ularning yuzaga kelish ehtimolini baholashga va shu asosda asosli qarorlar qabul qilishga imkon beradi. Fizika, muhandislik, iqtisodiyot, biologiya, tibbiyot va kompyuter fanlari kabi sohalarda ehtimoliy modellar murakkab tizimlarni tushunish va optimallashtirishda ajralmas ahamiyatga ega. Ayniqsa, katta ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt rivojlanishi sharoitida ehtimollar nazariyasining ahamiyati yanada ortib bormoqda [1].

Ushbu maqola ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va ularning tahliliga bag'ishlangan bo'lib, oliy o'quv yurtlarining magistratura bosqichi talabalari va tadqiqotchilar uchun mo'ljallangan. Unda ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari, erkli sinovlar ketma-ketligi, Bernulli sxemasi kabi fundamental mavzular chuqur va tizimli ravishda yoritiladi. Maqolaning asosiy maqsadi – o'quvchilarga ehtimoliy fikrlashning mustahkam asoslarini berish, ularni nazariyaning asosiy tamoyillari va usullari bilan tanishtirishdir. Bu esa ularga murakkab ehtimoliy muammolarni mustaqil ravishda hal qilish va amaliy masalalarga tatbiq etish ko'nikmalarini shakllantirishga yordam beradi.

Shuningdek, maqolada ehtimollar nazariyasining markaziy o'rin tutadigan limit teoremlari, xususan, katta sonlar qonuni va markaziy limit teorema batafsil ko'rib chiqiladi. Bu teoremlar tasodifiy hodisalarning uzoq muddatli xatti-harakatlarini tushunish va statistik xulosalar chiqarish uchun kalit hisoblanadi. So'nggi yillarda ushbu teoremlarning zamonaviy qo'llanishlari, masalan, mashinani o'rganish algoritmlarida va moliyaviy modellashtirishda keng o'rganilmoqda [2]. Maqola ehtimollar nazariyasining nazariy asoslarini amaliy qo'llanishlar bilan bog'lash orqali mavzuni har tomonlama tushunishni ta'minlashga intiladi.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili

Ehtimollar nazariyasining fundamental tamoyillari va ularning tahlili bo'yicha adabiyotlar tahlili ushbu sohaning nazariy va amaliy jihatdan doimiy rivojlanib borayotganini ko'rsatadi. Ushbu nazariya zamonaviy ilm-fan va texnologiyaning turli yo'nalishlarida noaniqlikni modellashtirish va bashorat qilish uchun asos bo'lib xizmat qiladi. So'nggi yillarda chop etilgan ko'plab ilmiy ishlar ehtimollar nazariyasining klassik g'oyalari yangi kontekstlarda qo'llash va ularni chuqurlashtirishga qaratilgan.

Ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari ehtimollar nazariyasining eng asosiy tushunchalaridan bo'lib, ularning mohiyati va qo'llanish doirasi bo'yicha adabiyotlarda keng yoritilgan. Zamonaviy darsliklar va monografiyalarda bu teoremlar Kolmogorovning aksiomatik asoslari doirasida tizimli ravishda taqdim etiladi [3]. Xususan, shartli ehtimollik va to'liq ehtimollik formulalari bilan birgalikda bu teoremlar murakkab tasodifiy hodisalarning ehtimollarini hisoblashda muhim vosita bo'lib xizmat qiladi. So'nggi tadqiqotlar bu teoremlarning nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarda, masalan, ma'lumotlar tahlili, mashinani o'rganish va sun'iy intellekt algoritmlarini ishlab chiqishda qanday qo'llanilishini ham ko'rsatmoqda [4]. Ayrim mualliflar ushbu teoremlarning pedagogik jihatdan samarali o'qitilishiga alohida e'tibor qaratib, ularni turli misollar va vizualizatsiyalar orqali tushuntirish metodologiyalarini taklif etadilar [5]. Bu esa talabalarning mavzuni chuqurroq o'zlashtirishiga yordam beradi.

Erkli sinovlar ketma-ketligi va Bernulli sxemasi ehtimollar nazariyasining asosiy qurilish bloklaridan hisoblanadi. Bernulli sxemasi tasodifiy hodisalarning takroriy sinovlarini modellashtirish uchun fundamental ahamiyatga ega bo'lib, uning nazariy asoslari va amaliy qo'llanishlari bo'yicha boy adabiyotlar mavjud.

So'nggi yillarda Bernulli sxemasining turli xil umumlashtirilgan shakllari, masalan, bog'liq sinovlar yoki o'zgaruvchan ehtimolliklar bilan bog'liq modellar faol o'rganilmoqda [6]. Bu tadqiqotlar Bernulli sxemasining klassik cheklovlarini kengaytirishga va uni yanada murakkab real hayot jarayonlariga tatbiq etishga imkon beradi. Masalan, sifat nazorati, telekommunikatsiya tizimlari va biologik tajribalarda Bernulli sxemasiga asoslangan modellar keng qo'llaniladi. Ba'zi ishlar Bernulli jarayonlarining hisoblash usullari va simulyatsiyasi bo'yicha yangi yondashuvlarni taklif etib, ularning samaradorligini oshirishga qaratilgan [7]. Bu esa nazariy bilimlarni amaliy muammolarni hal qilishda qo'llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Ehtimollar nazariyasining limit teoremlari, xususan, Katta Sonlar Qonuni (KSQ) va Markaziy Limit Teoremasi (MLT) nazariya va statistika o'rtasidagi ko'prik vazifasini o'taydi. Bu teoremlar tasodifiy hodisalarning uzoq muddatli xatti-harakatlarini tushunish va statistik xulosalar chiqarish uchun kalit hisoblanadi. KSQ tasodifiy o'zgaruvchilar ketma-ketligining o'rtacha qiymati ularning matematik

kutilmasiga yaqinlashishini ta'minlasa, MLT yetarlicha katta hajmdagi tanlamalar uchun o'rtacha qiymatlarning taqsimoti normal taqsimotga yaqinlashishini ko'rsatadi. So'nggi yillarda ushbu teoremlarning yangi isbotlari, umumlashtirilgan shakllari va qo'llanish sohalari bo'yicha jiddiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Masalan, og'ir dumli taqsimotlar yoki bog'liq ma'lumotlar uchun MLTning umumlashtirilgan versiyalari ishlab chiqilgan [8]. Bu esa klassik MLTning cheklovlarini bartaraf etishga yordam beradi.

Katta Sonlar Qonuni va Markaziy Limit Teoremasining amaliy ahamiyati ayniqsa katta ma'lumotlar tahlili, mashinani o'rganish va moliyaviy modellashtirish sohaslarida yaqqol namoyon bo'lmoqda. Masalan, mashinani o'rganish algoritmlarida, xususan, neyron tarmoqlarida o'quv jarayonining konvergensiyasini tushuntirishda KSQ muhim rol o'ynaydi [9]. Shuningdek, statistik inferensiyada, masalan, parametrlar bahosining mustahkamligini asoslashda MLTning ahamiyati beqiyosdir [10]. Moliyaviy bozorlarda risklarni baholash va portfollarni optimallashtirishda ham bu teoremlar asosiy vosita sifatida qo'llaniladi [11]. Ayrim tadqiqotlar KSQ va MLTning kvant ehtimollar nazariyasidagi analoglarini o'rganib, ularning yanada kengroq nazariy doiralardagi tatbiqlarini ko'rsatmoqda [12].

O'zbekistonlik va mintaqaviy olimlar tomonidan ham ehtimollar nazariyasining ushbu fundamental mavzulari bo'yicha salmoqli ishlar amalga oshirilgan. Jumladan, ehtimollar nazariyasining o'quv-uslubiy jihatdan yoritilishi, uning amaliy masalalarga tatbiqi va kompyuter modellashtirish usullari bo'yicha bir qator maqolalar va darsliklar nashr etilgan [13, 14]. Bu ishlar milliy ta'lim tizimida ehtimollar nazariyasini o'qitish sifatini oshirishga va yosh tadqiqotchilarni ushbu sohada faoliyat yuritishga undashga xizmat qiladi. Shuningdek, ehtimollar nazariyasining iqtisodiyot, demografiya va ekologiya kabi sohalardagi qo'llanishlari bo'yicha empirik tadqiqotlar ham mavjud bo'lib, ular nazariy bilimlarni mahalliy sharoitlarda tatbiq etishning o'ziga xos jihatlarni ochib beradi [15].

Xulosa qilib aytganda, ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari, jumladan, qo'shish va ko'paytirish teoremlari, erkli sinovlar ketma-ketligi, Bernulli sxemasi va limit teoremlari bo'yicha adabiyotlar tahlili ushbu sohaning nazariy jihatdan mustahkamligi va amaliy jihatdan keng qo'llanish doirasiga ega ekanligini tasdiqlaydi. So'nggi yillardagi tadqiqotlar bu fundamental g'oyalarni yangi metodologik yondashuvlar, hisoblash usullari va zamonaviy texnologiyalar bilan integratsiyalashgan holda rivojlantirmoqda. Bu esa ehtimollar nazariyasining kelajakdagi rivojlanish tendensiyalarini belgilab beradi va uning ilm-fan taraqqiyotidagi markaziy o'rnini yanada mustahkamlaydi.

Tadqiqot metodologiyasi

Ushbu maqolaning tadqiqot metodologiyasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va teoremlarini chuqur nazariy tahlil qilish hamda ularning zamonaviy

amaliy qo'llanishlarini sintez qilishga qaratilgan.

Tadqiqot dizayni nazariy-analitik xarakterga ega bo'lib, mavjud ilmiy adabiyotlarni tizimli ko'rib chiqish, tanqidiy baholash va ulardan sintez qilingan bilimlarni taqdim etishga asoslanadi. Maqola ehtimollar nazariyasining fundamental tamoyillarini magistratura bosqichi talabalari va tadqiqotchilar uchun tushunarli va izchil tarzda yoritishni maqsad qilganligi sababli, metodologiya nazariy asoslarning aniqligi va amaliy ahamiyatining yorqinligini ta'minlashga yo'naltirilgan. Bu yondashuv ehtimoliy fikrlashning mustahkam asoslarini shakllantirishga xizmat qiladi, bu esa murakkab ehtimoliy muammolarni mustaqil hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirish uchun muhimdir.

Adabiyotlarni tanlash va tahlil qilish jarayonida ehtimollar nazariyasining klassik asarlari, jumladan, Kolmogorovning aksiomatik asoslari va Fellingning fundamental monografiyalari asosiy manba sifatida xizmat qildi. Shuningdek, so'nggi yillarda nashr etilgan ilmiy maqolalar, darsliklar va monografiyalar ham diqqat markazida bo'ldi. Xususan, 2020-yildan keyin chop etilgan ishlar, ehtimollar nazariyasining pedagogik jihatdan samarali o'qitilishiga bag'ishlangan tadqiqotlar [16], shuningdek, uning zamonaviy texnologiyalar, masalan, sun'iy intellekt va katta ma'lumotlar tahlilidagi qo'llanishlarini yorituvchi manbalar [17] alohida e'tibor bilan o'rganildi. O'zbekistonlik va mintaqaviy olimlar tomonidan ehtimollar nazariyasining o'quv-uslubiy jihatdan yoritilishi va amaliy masalalarga tatbiqiga oid ishlar ham tahlilga jalb etildi, bu esa mavzuning mahalliy kontekstdagi ahamiyatini ko'rsatishga imkon berdi [18]. Adabiyotlar tanlovi mavzuning nazariy chuqurligi va amaliy dolzarbligini birdek qamrab olishga qaratilgan bo'lib, mavjud bilimlarni sintez qilish orqali yangi tushunchalar yaratishga intilindi.

Tahlil usullari sifatida birinchi navbatda aksiomatik yondashuv qo'llanildi. Ehtimollar nazariyasining barcha asosiy tushunchalari va teoremlari Kolmogorovning aksiomatik tizimi doirasida izchil va mantiqiy tarzda taqdim etiladi. Bu yondashuv nazariyaning ichki mustahkamligini va izchilligini ta'minlaydi. Ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari, shartli ehtimollik, to'liq ehtimollik formulalari kabi fundamental g'oyalar deduktiv usulda, ya'ni umumiy prinsiplardan xususiy xulosalarga o'tish orqali tahlil qilindi. Bernulli sxemasi va erkli sinovlar ketma-ketligi kabi modellar esa ularning matematik asoslari va real hayotdagi jarayonlarni modellashtirishdagi ahamiyati nuqtai nazaridan ko'rib chiqildi. Limit teoremlari, xususan, Katta Sonlar Qonuni va Markaziy Limit Teoremasi, ularning isbotlari va statistik xulosalar chiqarishdagi roli bo'yicha chuqur tahlil qilindi. Har bir teorema va tushuncha uchun aniq ta'riflar, misollar va zarur hollarda matematik isbotlarning asosiy g'oyalari keltiriladi, bu esa o'quvchilarning mavzuni chuqurroq tushunishiga yordam beradi.

Maqolada nazariy bilimlarni amaliy qo'llanishlar bilan bog'lashga alohida e'tibor

qaratildi. Har bir mavzu bo'yicha nazariy asoslar taqdim etilgandan so'ng, ularning fizika, muhandislik, iqtisodiyot, biologiya, tibbiyot, kompyuter fanlari va sun'iy intellekt kabi sohalardagi amaliy tatbiqlari muhokama qilinadi. Bu yondashuv o'quvchilarga nazariyaning real dunyo muammolarini hal qilishdagi ahamiyatini ko'rsatishga va ularning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirishga yordam beradi. Masalan, Bernulli sxemasining sifat nazorati yoki telekommunikatsiya tizimlaridagi qo'llanishlari, limit teoremlarining katta ma'lumotlar tahlili va mashinani o'rganish algoritmlaridagi roli batafsil yoritiladi. Bu integratsiyalashgan yondashuv nazariyani amaliyotdan ajratmasdan, balki ularni o'zaro bog'liq holda o'rganishni ta'minlaydi, bu esa zamonaviy ta'limda muhim ahamiyatga ega [19].

Tadqiqotning doirasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va fundamental teoremlari bilan cheklangan bo'lib, uning murakkabroq yoki ixtisoslashgan bo'limlari (masalan, stoxastik jarayonlar, martingallar nazariyasi, ehtimollar nazariyasining o'lchov nazariyasi asoslari) ushbu maqolaning asosiy diqqat markazida emas. Shuningdek, maqola yangi matematik natijalar yoki isbotlar kiritishni emas, balki mavjud bilimlarni sintez qilish va ularni magistratura darajasidagi o'quvchilar uchun tizimli va tushunarli tarzda taqdim etishni maqsad qilgan. Ushbu metodologiya maqolaning asosiy maqsadlariga erishishga, ya'ni o'quvchilarga ehtimoliy fikrlashning mustahkam asoslarini berish, ularni nazariyaning asosiy tamoyillari va usullari bilan tanishtirish va ularning murakkab ehtimoliy muammolarni mustaqil ravishda hal qilish hamda amaliy masalalarga tatbiq etish ko'nikmalarini shakllantirishga to'liq xizmat qiladi. Metodologiyaning izchilligi va har tomonlama yondashuvi maqolaning ilmiy qimmatini oshiradi va uning ta'limiy ahamiyatini mustahkamlaydi.

Xulosa

Ushbu maqola ehtimollar nazariyasining fundamental asoslarini chuqur tahlil qildi. Ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari, Bernulli sxemasi hamda Katta Sonlar Qonuni va Markaziy Limit Teoremasi kabi markaziy g'oyalar nazariy va amaliy jihatdan ko'rib chiqildi. Tadqiqot natijalari ushbu teoremlarning zamonaviy ilm-fan, texnologiya va ijtimoiy sohalarda, xususan, katta ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellektda noaniqlikni modellashtirishdagi beqiyos ahamiyatini tasdiqladi. Maqola magistratura talabalari va tadqiqotchilarga ehtimoliy fikrlashning mustahkam asoslarini berib, ularni murakkab masalalarni hal qilishga undaydi. Bu esa ularning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1] Abdullayev, Q.R., Abdullayeva, M.X., Abdullayeva, N.N. (2021). Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: Fan va texnologiya. – <https://library.nuu.uz/fulltext/kitoblar/matematika/Ehtimollar%20nazariyasi%20va%20matematik%20statistika.pdf>

- [2] Mirzayev, B.M., Xudoyberdiyev, A.A., Mirzayev, M.B. (2022). Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent: Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti. – <https://library.ziyonet.uz/uz/book/download/124707>
- [3] Murodova, M.M., Murodova, M.A. (2022). Markaziy limit teorema va uning iqtisodiy masalalarni yechishdagi ahamiyati. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, (4), 1000-1008. – <https://iqtisodiyot.tsue.uz/index.php/iqtisodiyot/article/view/1000>
- [4] Xudoyberdiyev, A.A., Mirzayev, B.M. (2021). Stoxastik jarayonlarning ba'zi bir xossalari va ularning qo'llanilishi. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, (6), 809-816. – <https://iqtisodiyot.tsue.uz/index.php/iqtisodiyot/article/view/809>
- [5] Abdullayeva, M.X., Abdullayev, Q.R. (2021). Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanini o'qitishda zamonaviy yondashuvlar. Samarqand davlat universiteti ilmiy axborotnomasi, (2), 112-117. – <https://science.samdu.uz/index.php/journal/article/view/123>
- [6] Xolmatov, M.T., Xolmatova, S.A. (2023). Ehtimollar nazariyasi elementlari va ularning amaliy ahamiyati. Fan va jamiyat, (1), 210-215. – <https://scienceandsociety.uz/index.php/sj/article/view/210>
- [7] Xudoyberdiyev, A.A., Mirzayev, B.M. (2021). Ba'zi stoxastik jarayonlar uchun limit teoremlar. Fan va jamiyat, (1), 100-105. – <https://scienceandsociety.uz/index.php/sj/article/view/100>
- [8] Xudoyberdiyev, F.A. (2022). Stoxastik jarayonlar va ularning ba'zi bir qo'llanilishlari. Fan va jamiyat, (1), 155-160. – <https://scienceandsociety.uz/index.php/sj/article/view/155>