

BA'ZI TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

*Navoiy viloyati Karmana tuman 2-son
texnikumi katta o'qituvchisi*

Shukurova Firuza Karimovna

Karmana tuman 2-son texnikum o'qituvchisi

To'xtayeva Sohiba Yoqubovna

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada trigonometrik tenglamalarni yechishning asosiy va keng qo'llaniladigan usullari batafsil tahlil qilinadi. Trigonometrik tenglamalar matematik analizning muhim bo'limi bo'lib, ular sinus, kosinus va tangens funksiyalari orqali ifodalanadi. Ushbu tenglamalar fizika, mexanika, elektr texnikasi, signal nazariyasi va muhandislik sohalarida keng qo'llaniladi. Tadqiqotda trigonometrik identiklardan foydalanish, almashtirish usuli, ko'paytuvchilarga ajratish, grafik usul va umumiy yechim formulalari misollar orqali ko'rsatib berilgan.

Natijalar shuni ko'rsatadiki, trigonometrik tenglamalarni yechishda eng samarali yondashuv ularni standart ko'rinishga keltirish va mos algebraik usullardan foydalanish hisoblanadi.

Kalit so'zlar: trigonometrik tenglama, sinus, kosinus, tangens, identiklar, umumiy yechim, grafik usul, matematik analiz.

1. KIRISH

Trigonometrik tenglamalar matematikaning eng muhim va amaliy bo'limlaridan biri hisoblanadi. Ular burchaklar va trigonometrik funksiyalar o'rtasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Bunday tenglamalar tabiiy va texnik jarayonlarni modellashtirishda muhim rol o'ynaydi.

Masalan, mexanik tebranishlar, elektromagnit to'lqinlar, signal uzatish tizimlari va aylanish harakatlari trigonometrik funksiyalar orqali ifodalanadi. Shu sababli trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini chuqur o'rganish katta amaliy ahamiyatga ega.

Tadqiqotning maqsadi — trigonometrik tenglamalarni yechishning asosiy usullarini tahlil qilish, ularning algoritmlarini ko'rsatish va amaliy misollar orqali tushuntirishdir.

Tadqiqotning vazifalari:

trigonometrik tenglamalar turlarini o'rganish;

asosiy yechish usullarini tahlil qilish;

misollar orqali yechimlarni ko'rsatish;

eng samarali usullarni aniqlash.

2. TADQIQOT METODOLOGIYASI

Ushbu tadqiqotda quyidagi ilmiy usullardan foydalanildi:

2.1 Matematik tahlil usuli

Trigonometrik tenglamalar algebraik shaklga keltirilib, tahlil qilindi.

2.2 Identiklardan foydalanish

Asosiy trigonometrik formulalar yordamida tenglamalar soddalashtirildi.

2.3 Almashtirish usuli

Murakkab ifodalar yangi o'zgaruvchi orqali soddalashtirildi.

2.4 Grafik usul

Funksiyalar grafigi orqali yechimlar kesishish nuqtalari aniqlanadi.

2.5 Umumiy yechim formulalari

Trigonometrik tenglamalarning periodiklik xossasi hisobga olindi.

3. NATIJALAR

3.1 Trigonometrik funksiyalar va ularning xossalari

Trigonometrik funksiyalar davriy funksiyalar hisoblanadi:

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

$$\tan(x + \pi) = \tan x$$

Bu xossalar tenglamalarni yechishda muhim ahamiyatga ega.

3.2 Asosiy trigonometrik identiklar

Eng muhim formulalar:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = 1 / \cos^2 x$$

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Bu formulalar murakkab tenglamalarni soddalashtirish uchun ishlatiladi.

3.3 Eng sodda trigonometrik tenglamalar

$$1) \sin x = a$$

$$|a| \leq 1 \text{ bo'lsa:}$$

$$x = (-1)^k \arcsin(a) + \pi k$$

$$2) \cos x = a$$

$$x = \pm \arccos(a) + 2\pi k$$

$$3) \tan x = a$$

$$x = \arctan(a) + \pi k$$

3.4 Almashtirish usuli

Misol:

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$$

$$t = \sin x$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)(t - 1) = 0$$

$$t = 1/2 \text{ yoki } t = 1$$

$$\sin x = 1/2 \rightarrow x = \pi/6 + 2\pi k \text{ yoki } 5\pi/6 + 2\pi k$$

$$\sin x = 1 \rightarrow x = \pi/2 + 2\pi k$$

3.5 Ko'paytuvchilarga ajratish

Misol:

$$\sin x + \sin 3x = 0$$

Formuladan:

$$2 \sin(2x) \cos(x) = 0$$

Demak:

$$\sin(2x) = 0 \text{ yoki } \cos(x) = 0$$

3.6 Bir xil argumentga keltirish

Misol:

$$\sin x = \cos x$$

$$\sin x / \cos x = 1$$

$$\tan x = 1$$

$$x = \pi/4 + \pi k$$

3.7 Grafik usul

Trigonometrik tenglamalar grafik yordamida ham yechiladi. Bunda:

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

$$y = a$$

funksiyalar kesishgan nuqtalar yechim bo'ladi.

Bu usul aniq emas, lekin vizual tushunish uchun juda qulay.

3.8 Murakkab tenglamalar

Misol:

$$\sin x + \cos x = 1$$

kvadratga oshiramiz:

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$$

$$1 + \sin 2x = 1$$

$$\sin 2x = 0$$

$$x = \pi k / 2$$

4. MUHOKAMA

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, trigonometrik tenglamalarni yechishda eng muhim bosqich — tenglamani to'g'ri soddalashtirishdir. Agar ifoda standart ko'rinishga keltirilsa, yechimni topish ancha osonlashadi.

Almashtirish usuli murakkab tenglamalarni sodda algebraik tenglamaga aylantiradi. Identiklardan foydalanish esa hisoblashni tezlashtiradi.

Grafik usul esa nazariy yechimni vizual tasdiqlash imkonini beradi.

XULOSA

Trigonometrik tenglamalarni yechish matematik analizning muhim va amaliy ahamiyatga ega bo'lgan yo'nalishlaridan biridir. Tadqiqot davomida shuni aniqlash mumkinki, trigonometrik tenglamalar turli ko'rinishlarda bo'lib, ularni yechish uchun yagona usul mavjud emas, balki vaziyatga qarab bir nechta metodlardan foydalaniladi.

Eng muhim natijalardan biri shuki, har qanday trigonometrik tenglama avvalo soddalashtirish bosqichidan o'tishi kerak. Agar tenglama identiklar yordamida yoki almashtirish usuli bilan standart ko'rinishga keltirilsa, yechim topish jarayoni sezilarli darajada osonlashadi.

Tadqiqot natijalariga ko'ra quyidagi xulosalar chiqarildi:

- trigonometrik identiklar ($\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ va boshqalar) yechimning asosiy vositasidir;
- almashtirish usuli murakkab tenglamalarni oddiy algebraik tenglamaga aylantiradi;
- ko'paytuvchilarga ajratish usuli ko'p hollarda tez va aniq yechim beradi;
- grafik usul esa yechimlarni vizual tushunish va tekshirish imkonini beradi;
- trigonometrik funksiyalarning davriyligi umumiy yechimlarni yozishda muhim rol o'ynaydi.

Shuningdek, tadqiqot shuni ko'rsatadiki, trigonometrik tenglamalarni yechish faqat nazariy bilim emas, balki fizika, texnika va muhandislik sohalarida ham keng qo'llaniladigan amaliy ko'nikmadir. Ayniqsa, tebranish jarayonlari, elektr signallari va to'liq hodisalarini tahlil qilishda bu tenglamalar asosiy matematik model sifatida ishlatiladi.

Umuman olganda, trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini chuqur o'rganish o'quvchining matematik tafakkurini rivojlantiradi va murakkab masalalarni mantiqiy tahlil qilish ko'nikmasini shakllantiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Algebra va matematik analiz asoslari. 10–11-sinf uchun darslik. Toshkent: O'qituvchi nashriyoti.
2. Vilenkin N.Ya. Matematika (o'rta va oliy maktab kursi). Moskva: Nauka.
3. Kiselev A.P. Geometriya va trigonometriya asoslari. Moskva.
4. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. Cengage Learning.

5. Smirnov V.I. Higher Mathematics Course (Volume 1–2). Moscow.
6. Bronshtein I.N., Semendyayev K.A. Mathematics Handbook.
7. Boyd S., Vandenberghe L. Introduction to Applied Mathematics.
8. O'zbekiston Respublikasi xalq ta'limi darsliklari va metodik qo'llanmalari.
9. Matematik analiz bo'yicha elektron akademik resurslar (MIT OpenCourseWare).
10. Trigonometriya bo'yicha ilmiy-uslubiy qo'llanmalar (texnikum va kollejlarda uchun).