

## HOSILA YORDAMIDA BIR O'ZGARUVCHILI FUNKSIYANI TEKSHIRISH

**Jurayev Furqat Muhitdinovich**

*Buxoro Davlat Universiteti Differensial tenglamalari  
kafedrası kata o'qituvchisi Email: fjm1980@mail.ru*

**Annotatsiya.** Funktsiya dinamikasi, funktsiya grafigining qavariqlik va botiqlik qismlari, egilish nuqtasi, funktsiyani tekshirish, asiptota, Lopital qoidasi, ishlab chiqarish xarajatlari, ishlab chiqarish limitik xarajati, savdo limitik pul mablag'i, funktsiya egiluvchanligi, argument va funktsiyaning nisbiy orttirmalari, nisbiy hosila, nisbiy egiluvchanlik, ikkita funktsiya ko'paytmasi va nisbati egiluvchanliklari, talabning narxga nisbatan egiluvchanligi, talabning daromadga nisbatan egiluvchanligi, taklifning narxga nisbatan egiluvchanligi, to'la va o'rtacha xarajatlar egiluvchanliklari.

**Annotation.** Function dynamics, convex and concave parts of the function graph, inflection point, function verification, asymptotes, L'Hopital's rule, production costs, marginal production cost, marginal sales money, function elasticity, relative increments of the argument and function, relative derivative, relative elasticity, elasticities of the product and ratio of two functions, price elasticity of demand, income elasticity of demand, price elasticity of supply, total and average cost elasticities.

**Kalit so'zlar:** Funktsiya dinamikasi, hosila, funktsiya, funktsiyani tekshirish, funktsiyaning monotonligi, funktsiyaning ekstremumi.

**Key words:** Function dynamics, derivative, function, function verification, monotonicity of a function, extremum of a function.

### 1. Differentsial hisob yordamida funktsiya dinamikasini tekshirish

Ma'lumki, tabiat va iqtisodning ko'p qonunlari funktsiya yordamida modellashtiriladi. Bunday funktsiyalarni bilish ularning qaysi oraliqda o'suvchi yoki kamayuvchi hamda ular qanday nuqtalarda eng katta va eng kichik qiymatlarga erishishini aniqlash imkonini yaratadi. Bunga o'xshash tekshirishlar **funktsiya dinamikasini** anglashga olib keladi.

#### 1). Funktsiyaning **monotonligi** mezonlari (kriteriyasi).

1-ta'rif.  $(a, b)$  oraliqning  $x_2 > x_1$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy

ikkita nuqtalari uchun,  $f(x_2) > f(x_1)$  tengsizlik bajarilsa,  $f(x)$  funktsiya  $(a, b)$  oraliqda o'suvchi deyiladi.

2-ta'rif.  $(a, b)$  oraliqning  $x_2 > x_1$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy ikkita nuqtalari uchun  $f(x_2) < f(x_1)$  tengsizlik bajarilsa,  $f(x)$  funktsiya  $(a, b)$  oraliqda kamayuvchi deyiladi.

Oraliqda o'suvchi yoki kamayuvchi funktsiyalar monoton funktsiyalar deyiladi.

Monotonlikning zaruriy va yetarli shartlari:

1)  $(a, b)$  oraliqda differentsiallanuvchi  $y = f(x)$  funktsiya musbat hosilaga ega, ya'ni  $f'(x) > 0$ , bo'lsa, funktsiya shu oraliqda **o'suvchi** bo'ladi;

2)  $(a, b)$  oraliqda differentsiallanuvchi  $y = f(x)$  funktsiya manfiy hosilaga ega, ya'ni  $f'(x) < 0$ , bo'lsa, funktsiya shu oraliqda **kamayuvchi** bo'ladi.

1-misol.  $y = f(x) = x^3 - 3/2 \cdot x^2 - 6x + 4$  funktsiyaning monotonlik oraliqlarini toping.

Echish. Birinchi tartibli hosilani topamiz:

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 = 3(x^2 - x - 2), \quad x^2 - x - 2 = 0,$$

bundan  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 2$  kritik nuqtalar bo'lib, ular funktsiyaning aniqlanish sohasini  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 2)$ ,  $(2; +\infty)$  oraliqlarga ajratadi.

Bu oraliqlarning har birida hosilaning ishorasini tekshiramiz.  $(-\infty; -1)$  oraliqdan ixtiyoriy nuqta olib, masalan,  $x = -2$  bo'lsa,  $f'(-2) = (-2)^2 - (-2) - 2 = 4 + 2 - 2 = 4 > 0$  bo'ladi. Bunday tengsizlik oraliqning istalgan nuqtasi uchun bajariladi (buni tekshirib ko'ring). Demak,  $(-\infty; -1)$  oraliqda funktsiya o'suvchi (o'suvchi funktsiyaning yetarli shartiga asosan).

$(-1; 2)$  oraliqning  $x = 0$  nuqtasida  $f'(0) = -2 < 0$ , bo'lib, bu oraliqning istalgan nuqtasi uchun,  $f'(x) < 0$  tengsizlik bajariladi. Kamayuvchi funktsiyaning yetarli shartiga asosan,  $(-1; 2)$  oraliqda funktsiya kamayuvchi bo'ladi.

$(2; +\infty)$  oraliqning  $x = 3$  nuqtasi uchun,  $f'(3) = 3^2 - 3 - 2 = 9 - 5 = 4 > 0$ , bo'lib, bu tengsizlik ham oraliqning istalgan nuqtasi uchun bajariladi, demak, funktsiya  $(2; +\infty)$  oraliqda o'suvchi.

**2). Funktsiyaning ekstremumi.** Funktsiyaning birinchi tartibli hosilasi nolga teng yoki uzilishga ega bo'ladigan nuqtalari **kritik** nuqtalar deyiladi.

3-ta'rif.  $x_0$  nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lsaki, bu atrofning har qanday  $x \neq x_0$  nuqtasi uchun  $f(x) < f(x_0)$  tengsizlik bajarilsa,  $y = f(x)$  funktsiya  $x_0$  nuqtada **maksimumga** ega deyiladi.

4-ta'rif.  $x_0$  nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lsaki, bu atrofning har qanday  $x \neq x_0$  nuqtasi uchun  $f(x) > f(x_0)$  tengsizlik bajarilsa,  $y = f(x)$  funktsiya  $x_0$  nuqtada **minimumga** ega deyiladi.

Funktsiyaning maksimum yoki minimum nuqtalariga **ekstremum** nuqtalari deyiladi.

**Ekstremumga ega bo'lishining zaruriy sharti.**  $y = f(x)$  funktsiya  $x_0$  nuqtada ekstremumga ega bo'lsa,  $y' = f'(x_0)$  no'lga teng yoki u mavjud bo'lmaydi.

Eslatma. Har qanday kritik nuqta ham ekstremum nuqtasi bo'lavermaydi.

**Ekstremumning yetarli shartlari. Birinchi qoida.**  $x_0$  nuqta  $y = f(x)$  funktsiyaning kritik nuqtasi bo'lib, funktsiya hosilasi ishorasi bu nuqtadan o'tishda ishorasini o'zgartirsa,  $x_0$  nuqta, funktsiyaning ekstremum nuqtasi, va:

1)  $x_0$  nuqtadan chapdan o'ngga o'tishda  $f'(x)$  o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirsa,  $x_0$  nuqtada funktsiya **maksimumga**;

2)  $x_0$  nuqtadan chapdan o'ngga o'tishda  $f'(x)$  o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirsa,  $x_0$  nuqtada funktsiya **minimumga** ega bo'ladi.

**Ikkinchi qoida.**  $x_0$  nuqtada birinchi hosila nolga teng, ikkinchi hosila no'ldan farqli bo'lsa,  $x_0$  nuqta funktsiyaning ekstremum nuqtasi va :

1)  $f''(x_0) < 0$  bo'lsa, **maksimum** nuqtasi;

2)  $f''(x_0) > 0$  bo'lsa, **minimum** nuqtasi bo'ladi.

SHunday qilib, monotonlik oraliqlarini, funktsiya ekstremumini topish uchun, oldin funktsiyaning aniqlanish sohasini kritik nuqtalar yordamida monotonlik oraliqlariga bo'lish va ularda hosila ishorasini tekshirish kerak. Keyin monotonlik va ekstremumning yetarlilik shartlaridan foydalanib, o'sish va kamayish oraliqlarini, maksimum va minimum nuqtalarini aniqlaymiz.

2-misol.  $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 - 6x + 2\frac{2}{3}$  funktsiyaninshg ekstremumini birinchi qoida bilan tekshiring.

Yechish. Kritik nuqtalarni topamiz:

$$f'(x) = x^2 - x - 6, \quad x^2 - x - 6 = 0, \text{ bunda } x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2};$$

bo'lib,  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 3$  bo'ladi.

Endi argumentning kritik nuqtalaridan o'tishda funktsiya hosilasining ishoralarini tekshiramiz:

$$f'(x) = x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3), \quad x < -2 \text{ bo'lsa, } x + 2 < 0, \quad x - 3 < 0 \text{ bo'lib,}$$

$(x+2)(x-3) > 0$ , b ladi, ya'ni ishoramusbat(+).  $x > -2$  bo'lsa,  $x+2 > 0$ ;  $x-3 < 0$ ,  $(x+2)(x-3) < 0$ , ya'ni ishora manfiy(-). Demak,  $x_1 = -2$  nuqtadan o'tishda funktsiya hosilasining ishorasi musbatdan manfiyga o'zgaradi. Birinchi qoidaga asosan  $x_1 = -2$  nuqtada berilgan funktsiya maksimumga ega bo'ladi.

$$y_{\max} = \frac{1}{3}(-2)^3 - \frac{1}{2}(-2)^2 - 6(-2) + 8/3 = 10.$$

Endi  $-2 < x < 3$  bo'lsa,  $(x+2) > 0$ ;  $(x-3) < 0$  bo'lib,  $(x+2)(x-3) < 0$ , hosilaning ishorasi manfiy (-),  $x > 3$  bo'lsa,  $(x+2) > 0$ ;  $(x-3) > 0$  bo'lib,  $(x+2)(x-3) > 0$ , musbat (+) bo'ladi. Demak,  $x_2 = 3$  nuqtadan o'tishda funktsiya hosilasi ishorasini manfiydan musbatga o'zgartiradi, birinchi qoidaga asosan funktsiya  $x_2 = 3$  nuqtada minimumga ega bo'ladi.

$$y_{\min} = 1/3 \cdot 3^3 - 1/2 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 8/3 = -65/6.$$

3-misol.  $f(x) = 1/4 \cdot x^4 - 2x^3 + 11/2 \cdot x^2 - 6x + 9/4$  funktsiya ekstremumini ikkinchi qoida bilan tekshiring.

Echish. Birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarni topamiz:

$$f'(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6, \quad f''(x) = 3x^2 - 12x + 11.$$

endi kritik nuqtalarni topaylik:

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 = \\ &= x^2(x-1) - 5x(x-1) + 6(x-1) = \\ &= (x-1)(x^2 - 5x + 6), \quad x^2 - 5x + 6 = 0, \quad x-1 = 0 \end{aligned}$$

bundan,  $x = 1$  va

$$x_{2,3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 3$$

b ladi. Demak, kritik nuqtalar:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$  bo'ladi. Endi ikkinchi tartibli hosilaning kritik nuqtalardagi qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f''(1) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 11 = 2 > 0,$$

$$f''(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 11 = -1 < 0,$$

$$f''(3) = 3 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 11 = 2 > 0.$$

SHunday qilib, ekstremumga ega bo'lishning ikkinchi qoidasiga asosan,  $x_1 = 1$ ,  $x_3 = 3$  nuqtalarda minimum,  $x_2 = 2$  nuqtada funktsiya maksimumga ega bo'ladi.  $\min f(1) = 0$ ;  $\max f(2) = 0.25$ ;  $\min f(3) = 0$ .

**3). Funktsiyaning eng kichik va eng katta qiymatlari.**  $y = f(x)$ 

funktsiyaning  $[a, b]$  kesmadagi eng kichik va eng katta qiymatlarini topish uchun:

1) kritik nuqtalarni topamiz;

2) funktsiyaning bu kritik nuqtalardagi va kesmaning chetlaridagi qiymatlarini hisoblaymiz;

3) bu topilgan qiymatlardan eng kichigi funktsiyaning berilgan kesmadagi eng kichik qiymati, eng kattasi bu kesmadagi eng katta qiymati bo'ladi.

4-misol.  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$  funktsiyaning  $[-2; 3]$  kesmadagi eng kichik va eng katta qiymatlarini toping.

Echish. Berilgan funktsiyaning kritik nuqtalarini topamiz.

$$y' = 4x^3 - 4x, \quad 4x^3 - 4x = 0, \quad 4x(x^2 - 1) = 0,$$

bundan,  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 1$  kritik nuqtalar bo'ladi. Funktsiyaning berilgan kesmaning chetki nuqtalaridagi hamda kritik nuqtalardagi qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13,$$

$$f(-1) = 4; \quad f(0) = 5; \quad f(1) = 4 \quad \text{va} \quad f(3) = 3^4 - 2 \cdot 3^2 + 5 = 81 - 18 + 5 = 68.$$

Bu topilganlarni solishtirib, funktsiyaning  $[-2; 3]$  kesmadagi eng kichik va eng katta qiymatlari, mos ravishda  $y_{\text{kichik}} = 4$ ,  $y_{\text{katta}} = 68$  bo'ladi.

SHuni eslatamizki, funktsiyaning eng kichik va eng katta qiymatini topish katta amaliy ahamiyatga ega.

5-misol. Perimetri  $2p$  ( $p > 0$ ) bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklar orasida eng katta yuzaga ega bo'lgan to'g'ri to'rtburchak topilsin.

Echish: Bunday to'g'ri to'rtburchakning asosi  $x$  bo'lsin. Bu holda to'g'ri to'rtburchakning balandligi  $p - x$  ga, yuzi esa,

$$S = S(x) = x(p - x), \quad (0 < x < p)$$

bo'ladi.

$S(x)$  funktsiyaning kritik nuqtalarini topamiz:

$$S'(x) = p - 2x, \quad p - 2x = 0, \quad x = \frac{p}{2}$$

kritik nuqta bo'ladi.  $S''(x) = -2; \quad S''(p/2) = -2 < 0.$

Demak,  $S(x)$  funksiya,  $x = \frac{p}{2}$  nuqtada maksimumga ega bo'ladi.

71-son\_3-to'plam Iyun -2026

limitlar mavjud bo'lsa,  $y = kx + b$  to'g'ri chiziq  $y = f(x)$  funktsiya grafigining og'ma asimptotasi bo'ladi.  $k = 0$  bo'lsa,  $y = b$  gorizantal asimptota bo'ladi.

6-misol. Gauss egri chizig'i deb ataluvchi  $y = e^{-x^2}$  funktsiya grafigining qavariqlik, botiqlik oraliqlarini va egilish nuqtalarini aniqlang.

Echish. Birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarni topamiz:

$$y' = e^{-x^2}(-2x) = -2xe^{-x^2}, \quad y'' = -2[x'e^{-x^2} + (-2xe^{-x^2})x] = (4x^2 - 2)e^{-x^2}$$

Ikkinchi tartibli hosilani nolga tenglashtirib, ikkinchi tur kritik nuqtalarni topamiz:

$$(4x^2 - 2)e^{-x^2} = 0, \quad e^{-x^2} \neq 0, \quad 4x^2 - 2 = 0, \quad x^2 = \frac{1}{2}; \quad x_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}; \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Bular ikkinchi tur kritik nuqtalar bo'lib, sonlar o'qini

$$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \text{ va } (\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$$

oraliqlarga ajratadi.

$$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty) \text{ oraliqlarda } y'' > 0 \text{ bo'lib, } (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$$

oraliqda  $y'' < 0$  bo'ladi.

Demak,

$$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}) \text{ va } (\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty) \text{ oraliqlarda funktsiya grafigi botiq,}$$

$$(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \text{ oraliqda funktsiya grafigi qavariq bo'lib, } x_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

nuqtadan o'tishda  $f''(x)$  o'z ishorasini musbatdan manfiyga,  $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  nuqtadan

o'tishda manfiydan musbatga o'zgartiradi. Bu ikkala holda ham egilish bo'ladi:

$$f_{\text{экл}}(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = e^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{e}}; \quad M_1(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{e}}). \quad f_{\text{экл}}(\frac{1}{\sqrt{2}}) = e^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{e}} \quad M_2(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{e}})$$

**6). Funktsiyani tekshirishning umumiy rejasi.** Funktsiyani hosila yordamida tekshirishni hisobga olib, funktsiyani tekshirishning quyidagi umumiy rejasini tavsiya etamiz:

1) funktsiyaning aniqlanish sohasini topish hamda argumentning aniqlanish sohasi chetlariga intilganda funktsiya o'zgarishini tekshirish;

2) funktsiyaning juft-toqligini tekshirish;

3) funktsiyaning davriyligini aniqlash;

4) funktsiyaning uzluksizligi, uzilishini tekshirish;

5) funktsiyaning kritik nuqtalarini aniqlash;

- 6) funktsiyaning monotonlik oraliqlarini va ekstremumini tekshirish;
- 7) ikkinchi tur kritik nuqtalarni topish;
- 8) funktsiya grafigining qavariqlik, botiqlik oraliqlarini va egilish nuqtalarini aniqlash;
- 9) funktsiya grafigining asimtotalarini tekshirish;
- 10) imkoniyati bo'lsa funktsiya grafigining koordinat o'qlari bilan kesishish nuqtalarini aniqlash;
- 11) yuqoridagi aniqlangan xususiyatlarni hisobga olib, funktsiya grafigini yasash.

7-misol.  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$  funktsiyani tekshiring.

**Yechish.** Funktsiyani tekshirishning umumiy rejasidan foydalanamiz:

1) funktsiya maxraji no'lga aylanadigan nuqtalardan boshqa hamma nuqtalarda aniqlangan. Maxraj  $x_1 = -2, x_2 = 2$  nuqtalarda no'lga teng, demak, funktsiyaning aniqlanish sohasi  $(-\infty, -2), (-2; +2), (2, +\infty)$  oraliqlardan iborat. Aniqlanish oraliqlarining chetlarida funktsiyaning o'zgarishini tekshiramiz:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{2x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2-0} \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+0} \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \infty$$

;

$$2) f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 4} = -\frac{x^3}{x^2 - 4} = -f(x)$$

bo'lganligi uchun toq funktsiya;

3) funktsiya  $f(x+T) = f(x)$  tenglikni qanoatlantirmaydi, demak, davriy emas;

4) funktsiya  $x = \pm 2$  nuqtalarda uzilishga ega;

5) kritik nuqtalarni topamiz:

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 4) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 4)^2} = \frac{x^4 - 12x^2}{(x^2 - 4)^2}, \quad f'(x) = 0, \quad x = 0, \quad x = \pm 2\sqrt{3}..$$

Bundan tashqari  $f'(x)$ ,  $x = \pm 2$  nuqtalarda mavjud emas. Demak, kritik nuqtalar:

$$x_1 = -2\sqrt{3}, \quad x_2 = -2, \quad x_3 = 0, \quad x_4 = 2, \quad x_5 = 2\sqrt{3}$$

bo'ladi;

6)  $(-\infty, -2\sqrt{3})$ ,  $(-2\sqrt{3}, -2)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 2\sqrt{3})$ ,  $(2\sqrt{3}, +\infty)$

oraliqlarning har birida  $f'(x)$  ning ishorasini tekshiramiz;

$(-\infty, -2\sqrt{3})$  va  $(-2\sqrt{3}, +\infty)$  oraliqlarda  $f'(x)$  funktsiya hosilasi musbat, ya'ni funktsiya bu oraliqlarda o'suvchi;  $(-2\sqrt{3}, -2)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 2\sqrt{3})$  oraliqlarda  $f'(x) < 0$ , ya'ni kamayuvchi  $x_1 = -2\sqrt{3}$  nuqtada funktsiya maksimumga,  $x_5 = 2\sqrt{3}$  nuqtada minimumga ega bo'ladi.  $x = 0$  kritik nuqtadan o'tishda  $f'(x)$  ishorasi o'zgarmaydi, demak bu nuqtada ekstremum yo'q.

$$\max f(x) = f(-2\sqrt{3}) = -3\sqrt{3}; \quad \min f(x) = f(2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3};$$

7) ikkinchi tur kritik nuqtalarni topamiz:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{x^2(x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{(4x^3 - 24x)(x^2 - 4)^2 - x^2(x^2 - 12) \cdot 2 \cdot (x^2 - 4) \cdot 2x}{(x^2 - 4)^4} = \\ &= \frac{(4x^3 - 24x)(x^2 - 4) - 4x^3(x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^3} = \frac{8x(x^2 + 12)}{(x^2 - 4)^3}. \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0, \quad 8x(x^2 + 12) = 0, \quad x = 0, \quad x = \pm 2$$

nuqtalarda ikkinchi tartibli hosila mavjud emas. Demak ikkinchi tur kritik nuqtalar

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = 2$$

bo'ladi;

8)  $(-\infty, -2)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, +\infty)$  oraliqlarda  $f''(x)$  ning ishorasini tekshiramiz:  $x = -3$  bo'lsin.

$$f''(-3) = \frac{8(-3)[(-3)^2 + 12]}{[(-3)^2 - 4]^3} = \frac{-24 \cdot 21}{5^3} = -\frac{504}{125} < 0,$$

xuddi shunday

$f''(-1) > 0$ ,  $f''(1) < 0$ ,  $f''(3) > 0$  bo'lib,  $(-\infty, -2)$  va  $(0, 2)$  oraliqlarda funktsiya grafigi qavariq,  $(-2, 0)$  va  $(2, +\infty)$  oraliqlarda funktsiya grafigi botiq bo'ladi. Ikkinchi tartibli hosila har bir ikkinchi tur kritik nuqtada ishorasini o'zgartiradi, lekin  $x = \pm 2$  da funktsiya uzilishga ega. SHuning uchun faqat  $x = 0$  nuqtada funktsiya grafigi egilishga ega bo'ladi  $f(0)_{\text{egil}} = 0$ ;

9) funktsiya grafigining asimptotalarini topamiz:

$$\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm \infty \quad \text{va} \quad \lim_{x \rightarrow -2 \pm 0} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm \infty.$$

Demak,  $x = -2$ ,  $x = 2$  funktsiya grafigining vertikal asimptotalari bo'ladi.

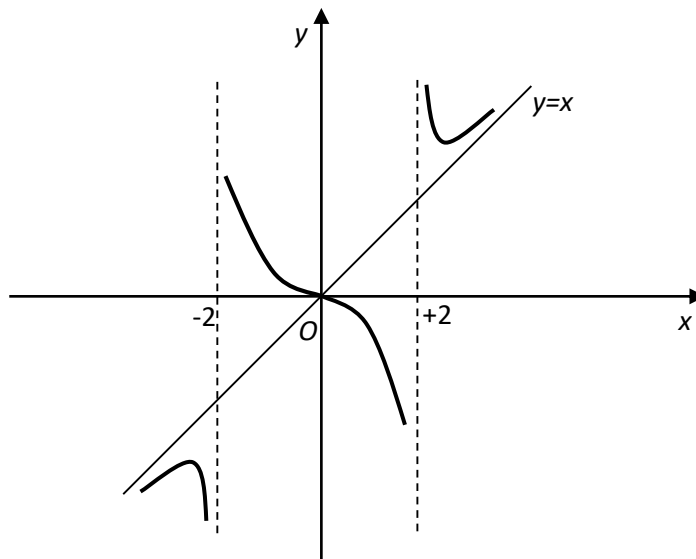
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x(x^2 - 4)} = 1, \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 - 4} - x \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^3 + 4x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4/x}{1 - 4/x} = \frac{0}{1} = 0.$$

SHunday qilib,  $y = x$  og'ma asimptota bo'ladi;

10)  $x = 0$  bo'lganda  $y = 0$  bo'lib, funktsiya grafigi koordinatalar boshidan o'tadi;

11) yuqoridagi tekshirishga asosan, funktsiya grafigini yasaymiz. (2-chizma)



2-chizma

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Xashimov A.R., Sotvoldiyev A.I., Xujaniyozova G.S., Xolbozorov Q.X. *Iqtisodchilar uchun matematika: 2-modul (matematik tahlil asoslari va uning iqtisodiyotga tatbiqlari)*. Darslik. T.: "Nihol-print" OK, 2022. 298 b.
2. Бабаджанов Ш.Ш. *Сборник задач по дисциплине "Математика для экономистов"*. Методическое пособие. Т.: ТФИ, 2017. 296 с.
3. Высшая математика для экономистов, под. ред. Крамера Н.Ш.-М.: ЮНИТИ, 2006.