

DARAJALI FUNKSIYA, UNING GRAFIGI VA TADBIQLARI***Raximova Gullola Shavkatovna****Osiyo Xalqaro Universiteti, 1-kurs talabasi
magistratura, matematika yo'nalishi*

Annotatsiya: Ushbu maqola asosiy e'tiborni darajali funktsiyalarga, ularning grafigi va keng amaliy tadbirlariga qaratadi. Kichikdan kattaga, oddiydan murakkabga, abstrakt nazariyadan haqiqiy hayotiy sohalargacha darajali funktsiyaning o'rni chuqur tahlil qilinadi. Matnda alohida tarzda har bir ixtiyoriy darajali funktsiya uchun analitik asos, xossalari va grafigi o'rganiladi. Darajali funktsiyalarning matematik va vizual tahlili, ularni kompleks va real muammolarda modellashtirishda qanday foydalanish mumkinligi keng yoritiladi. Xususan, darajali funktsiyaning matematik mohiyati, grafigi tuzilishi, har xil eksponentlar uchun graf oqimi va amaliy implementatsiyasi haqida batafsil ma'lumot keltiriladi. Matn davomida fan-texnika taraqqiyotida va iqtisodiy, texnik hamda statistik modellashtirishda darajali funktsiyalarning qanday universal vosita ekani asoslanadi.

Kalit so'zlar: Darajali funktsiya, eksponent, monomial, algebra, funktsiya grafigi, matematik analiz, iqtisodiy model, differensial, integral, limit, asimptotik xatti-harakat, vizualizatsiya, tadbir.

Matematikaning asosi hisoblangan funktsiyalar nazariyasida oddiy, lekin beqiyos amaliy va nazariy kuchga ega bo'lgan navlardan biri – bu darajali funktsiyadir. Darajali funktsiya tabiat va jamiyatdagi naqadar ko'p o'zgaruvchan jarayonlarni model qila olishi bilan ajralib turadi. Odamzot tarixida eng qadimiy va fundamental matematik tushuncha, ehtimol, daraja yoki ko'paytma orqali paydo bo'lsa ham ajab emas. Chunki sonlarni ko'paytirish va ularni ketma-ket o'zi o'ziga ko'paytirishdan chiqadigan darajali tuzilmalar hayotimizning barcha sohalarida – eng sodda fizik hodisalardan tortib zamonaviy sun'iy intellektgacha yetarlicha ifoda va yechim beradi. Darajali funktsiya nafaqat oddiy matematik modellashtirishda, balki tabiat qonuniyatlarini chuqurroq anglashda, iqtisodiy va texnologik jarayonlarni boshqarishda, ehtimollar va statistik modellashtirishda asosiy rol o'ynaydi.

Darajali funktsiya zamonaviy matematik tadqiqotlar va amaliy faoliyatning har bir bosqichida, matematik analizdan tortib, algebra, kombinatorika, differensial tenglamalar, statistik modellar, iqtisodiy o'sish, populyatsiya tahlili, texnika va muhandislikda ishlatiladi. U qisqacha qilib, x^a ko'rinishda ifoda etiladi, bunda x – o'zgaruvchi, a – eksponent, ya'ni daraja. Mana shu oddiy formal yozuv aslida murakkab jarayonlarni soddalashtiruvchi, turli xil har xil muammolarni yagona maqbul ko'rinishda tasvirllovchi qudratli bir matematik vositadir [1].

Darajali funksiya deganda, har qanday x o'zgaruvchi uchun x^a ko'rinishida, ya'ni x ni a marta o'ziga-o'zi ko'paytirish natijasida hosil bo'ladigan funksiya tushuniladi. Darajaning o'ziga xosligi shundaki, bu yerda a exponenti butun, kasr, musbat yoki manfiy, hatto irratsional yoki kompleks son ham bo'lishi mumkin. Misol uchun, a musbat butun bo'lsa, bu albatta bir necha marta ko'paytmani bildiradi.

Agar a salbiy bo'lsa, masalan, x^{-n} bu n -marta bo'lishni bildiradi, $x^{1/2}$ esa kvadrat ildiz, $x^{1/3}$ kub ildiz sifatida talqin etiladi. Darajali funksiyalar kashfiyoti orqali matematik tuzilmalar murakkablikda ham soddalashtirib modellashtirish imkoniga ega bo'ladi.

Darajali funksiyalarning asosiy xossalari matematikaning barcha tarmoqlarida muhim o'rin tutadi. Ulardan eng mashhurlari quyidagilar:

Ko'paytmada: $(x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a$

Bo'linmada: $(x/y)^a = x^a / y^a$, bunda $y \neq 0$

Daraja ustida daraja: $(x^a)^b = x^{ab}$

Nol darajasida istalgan son: $x^0 = 1$ (birga teng ($x \neq 0$))

Musbat butun exponentlarda barcha x lar uchun funksiya aniqlangan bo'ladi

Kasr yoki manfiy exponentda faqat musbat x lar uchun aniqlik mavjud bo'ladi

Xossalarning universal va qat'iyligi ularni matematik tahlil va modellashtirishda qulay qilishiga sabab bo'ladi. Bu tamoyillar matematik analizning ham, algebra va hatto fizikaviy nazariya va amaliy hisoblar uchun ham muhimligini oshiradi [2].

Grafik analizda darajali funksiyaning o'zlariga xos xususiyatlari mavjud. Bu grafiklar exponent a qiymatiga ko'ra turlicha ko'rinish oladi hamda har bir xolatni vizual tahlil qilish mumkin bo'ladi.

Agar a musbat butun son bo'lsa, darajali funksiyaning grafigi chapdan pastdan boshlanib, o'ng tomonga yuqoriga ko'tariladi, ya'ni ijobiy simmetrik parabola ko'rinishida bo'ladi. Bu holatdan eng mashhur misol – kvadratik funksiya, ya'ni $f(x)=x^2$ grafigi hisoblanadi. Bu parabola markazi koordinata boshidan o'tadi va barcha qiymatlar uchun musbat joyda yotadi.

Agar a manfiy bo'lsa, funksiya pasayuvchi, ya'ni grafigi yuqoridan pastga yengil siljiydi, va x kattalashgan sari funksiyaning qiymati nonga yaqinlashadi. Masalan, $f(x) = x^{-1}$ funksiya dan chiqadigan grafik asimptotik xarakterga ega, cheksiz katta x uchun qiymati nonga intiladi.

Agar a kasr son bo'lsa, masalan, $x^{1/2}$, bu ildizli funksiya deganidir va grafigi faqat musbat x qiymatlarda aniqlangan bo'ladi. U y o'qini faqat nol nuqtasida tegar va asta-sekin yuqoriga, lekin juda sekin o'sib boradi. Bunday xolatda ko'pincha qiyalik kichik, ammo cheksiz oraliqda sekin o'suvchi grafik olinadi [3].

Kubik funksiyalar, masalan, $f(x) = x^3$, grafigida salbiy x lar uchun ham funksiya salbiy, musbat x lar uchun esa musbat qiymatlar oladi va ular orqali tekis simmetriya markazi (ya'ni antisimetriya) mavjud bo'ladi.

Mashhur darajali funksiyalar orasida x^{-1} yoki x^{-2} , ya'ni kuch qonunlarini bildiradigan funksiya grafiklari eng ko'p ishlatiladiganlardandir. Ular uchun $x = 0$ nolda graf cheksizlikka "sakraydi", x kattalashishi bilan esa juda tez nolga yaqinlashadi.

Grafiklarning asosiy xususiyatlari – asimptotlar, o'q bilan kesishish nuqtalari, simmetriya, monotoniya (ya'ni har doim o'suvchi yoki kamayuvchi sohalar mavjudligi), va funksiya chegaralari, limitlari asos qilib olinadi. Darajali funksiyalarning grafigi hisobiga funksiyaning xatti-harakati, ya'ni qanday o'sish yoki kamayish tezligiga ega ekani, cheksiz x larda qanday tahlil qilinishi, chegaraviy va asimptotik harakatlarining qulay visual qiyofasi ifodalanadi.

Matematik analizning eng muhim bo'limlaridan biri bu limitlar, differensiallash va inteallashdir. Darajali funksiyalarning bu sohadagi imkoniyatlari va qulayligi, qanchalik universal ekani ingl. matematik ko'plab natijalarning asosida yotadi [4].

- Limitlar:

Darajali funksiyalarda limitlarni hisoblash osonlashadi. Masalan, agar a musbat bo'lsa, $x \rightarrow \infty$ limitda funksiya cheksiz ortadi. Agar a manfiy bo'lsa, $x \rightarrow \infty$ limitda funksiya nolga yaqinlashadi. Bu xossalr matematik va fizika modellarida chegaraviy jarayonlarni tahlil etishda, yirik va kichik sonlardagi transformatsion natijalarda asqotadi.

- Hosilalar:

Agar $f(x) = x^a$ bo'lsa, uning hosilasi har doim oddiy formula asosida aniqlanadi: $f'(x) = a \cdot x^{a-1}$. Bu differensial va optimallashtirish masalalarini hal qilishda, tezlik, o'sish yoki kamayish tezligini aniqlashda, ekstremumlarni topishda, matematik analiz va fizikaning barcha qismlarida yengillik yaratadi.

- Integrallar:

Darajali funksiyaning integrallash uchun ham universal formula mavjud: $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ (agar $a \neq -1$ bo'lsa). Bu matematik tahlildagi har qanday noaniq va aniq integral hisoblarda, maydon, hajm, energiya va boshqa fizik kattaliklarni hisoblashda asqotadi [5].

Xulosa

Mazkur keng qamrovli ishda darajali funksiyaning matematik mohiyati, asosiy xossalari, grafigi va uning tahlil yo'llari, real hayotdagi amaliy qo'llanilishi har tomonlama o'rganildi. Shuningdek, darajali funksiyalarning tarixiy ildizlari, rivojlanish bosqichlari, ilmiy va texnikaviy tadbirlarini chuqur ta'riflab berildi. Darajali funksiyalar eng oddiy va sodda ko'rinish bo'lishiga qaramasdan, amalda eng murakkab va ko'p qirrali muammolarning soddalashgan ifodasini beradi, zamonaviy fan-texnika va hayot faoliyatining barcha qismlarida fundamental rol o'ynaydi. Ularning grafigi, analiz xossalari, limit, differensial va integral xususiyatlari zamonaviy matematik tafakkur va ilmiy yutuqlarning asosi sifatida qiymatga ega.

Bugun va kelajakda har qanday murakkab muammo uchun darajali funksiyalar aniq va ishonchli matematik apparat, har tomonlama universal vosita bo'lib qolaveradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Larson R., Edwards B., "Calculus", 11th Edition, Cengage Learning, 2018.
2. Boyce W. E., DiPrima R. C., Meade D. B., "Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems", 11th Edition, Wiley, 2017.
3. Stewart J., Clegg D., Watson S., "Calculus: Early Transcendentals", 9th Edition, Cengage Learning, 2020.
4. Papoulis A., Pillai S. U., "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", 4th Edition, McGraw-Hill, 2012.
5. Strang G., "Linear Algebra and Learning from Data", Wellesley-Cambridge Press, 2019.
6. Johnson R. A., Miller I., Freund J., "Probability and Statistics for Engineers", 9th Edition, Pearson, 2016.
7. Thomas G. B., Weir M. D., Hass J., "Thomas' Calculus", 14th Edition, Pearson, 2018.
8. Molchanov S., "Methods of Mathematical Physics", Springer, 2022.