

LOKAL MINIMUM MUAMMOSI

Tojimamatov Israil

*FarDU Amaliy matematika va
informatika kafedrası katta o'qituvchisi
israiltojimatov@gmail.com*

Saidjonova Gulasal Axmadjon qizi

*Farg'ona Davlat Universiteti talabasi
fbffbf475@gmail.com*

Annotatsiya

Ushbu tezisda lokal minimum muammosi, uning matematik ta'rifi, optimizatsiya jarayonidagi ahamiyati hamda amaliy sohalarda yuzaga kelishi muhokama qilinadi. Tezisda sun'iy neyron tarmoqlar, genetik algoritmlar va boshqa zamonaviy metodlarda lokal minimum muammosi qanday paydo bo'lishi va undan chiqish usullari tahlil qilinadi. Shuningdek, boshlang'ich qiymatlarni tanlash, learning rate boshqaruvi, momentum va random restart kabi strategiyalar lokal minimum muammosini yengishda samarali ekanligi ko'rsatildi.

Kalit so'zlar: *Lokal minimum, global minimum, optimizatsiya, gradient tushish, neyron tarmoqlar, learning rate, momentum, genetik algoritmlar, random restart.*

Kirish

Optimizatsiya muammolari zamonaviy ilmiy va texnik sohalarning eng muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Har qanday tizimda yoki modellashtirish jarayonida maqsadli funksiya mavjud bo'lib, u orqali tizimning eng maqbul holati aniqlanadi. Ushbu jarayonlarda **lokal minimum muammosi** ko'p uchraydi. Bu muammo, funksiya qiymatining global eng kichik nuqtasiga emas, balki yaqin atrofdagi eng past qiymatga to'xtab qolish holatidir. Bunday holat, ayniqsa, sun'iy intellekt, mashinaviy o'rganish, neyron tarmoqlar, statistik modellashtirish, iqtisodiy tahlil, fizik modellar va texnologik jarayonlarni optimallashtirishda katta rol o'ynaydi. Optimizatsiya muammolari ikki turga ajratiladi: *global optimizatsiya* va *lokal optimizatsiya*. Global optimizatsiyada funksiya qiymatining eng kichik yoki eng katta qiymatini butun ta'rif sohasida topish maqsad qilinadi. Lokal optimizatsiyada esa, faqat ma'lum bir oraliqda (ya'ni, lokal sohada) minimal yoki maksimal qiymat topiladi. Ammo amaliy tizimlarda, ayniqsa murakkab va konveks bo'lmagan funksiyalarda, algoritmlar ko'pincha global minimumga emas, balki lokal minimumga yetib boradi. Shu sababli bu muammoni o'rganish va undan chiqish strategiyalarini ishlab chiqish juda muhimdir.

Lokal minimum — bu funksiyaning ta'rif sohasida joylashgan nuqtadir, unda funksiya qiymati o'sha nuqtaning atrofidagi barcha qiymatlardan kichik bo'ladi, biroq butun funksiya bo'yicha eng kichik qiymat bo'lmasligi mumkin. Matematik tarzda ifodalasak: Agar $f(x)$ — ta'rif sohasi X da aniqlangan funksiya bo'lsa, u holda $x_0 \in X$ nuqta lokal minimum deyiladi, agar mavjud bo'lsa $\delta > 0$ shundayki,

$$f(x_0) \leq f(x), \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

bu shart bajariladi.

Bu ta'rifdan ko'rinadiki, lokal minimum — bu atrofdagi eng past nuqta, ammo umumiy holatda eng kichik nuqta bo'lmasligi mumkin.

Masalan, quyidagi parabola funksiyasini olaylik:

$$f(x) = (x-2)^2 + 3$$

Bu funksiya uchun $x=2$ da lokal (va global) minimum mavjud, chunki bu nuqtada funksiya qiymati eng kichik $f(2)=3$ ga teng.

Ammo, agar funksiya ko'p cho'qqili yoki konveks bo'lmagan shaklda bo'lsa, masalan:

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2$$

unda bir nechta lokal minimumlar mavjud bo'lishi mumkin, va ularning faqat bittasi global minimum bo'ladi.

Funksiya lokal minimumga ega bo'lishi uchun uning hosilalari muhim rol o'ynaydi.

1. Zarur shart:

Agar $f(x)$ differentsiallanuvchi bo'lsa, unda lokal ekstremum mavjud bo'lgan nuqtada birinchi hosila nolga teng bo'ladi:

$$f'(x_0) = 0$$

2. Yetarli shart:

Agar shu nuqtada ikkinchi hosila musbat bo'lsa:

$$f''(x_0) > 0$$

unda bu nuqta *lokal minimum* hisoblanadi. Aksincha, $f''(x_0) < 0$ bo'lsa — *lokal maksimum*, va $f''(x_0) = 0$ bo'lsa — bu nuqta *saddelashgan nuqta* (noaniq holat) bo'ladi. Shu tarzda matematik jihatdan lokal minimumlarni tahlil qilish uchun funksiya hosilalarini hisoblash muhim hisoblanadi.

Optimallashtirish jarayonidagi roli

Optimizatsiya algoritmlarining asosiy maqsadi — maqsad funksiyasining *eng past* (yoki *eng yuqori*) qiymatini topishdir. Biroq, amaliy tizimlarda bu jarayon murakkab bo'ladi, chunki ko'p hollarda funksiya ko'p o'lchamli, nolinchi bo'lmagan va notekis shaklda bo'ladi.

Bunday holatda, **lokal minimum muammosi** quyidagi oqibatlarga olib keladi: Algoritm global yechimga emas, balki yaqin atrofdagi kichik qiymatga “tiqilib qoladi”,

Hisoblash jarayoni ortiqcha vaqt oladi, Model natijalari yomonlashadi, neyron tarmoqlarda o'qitish jarayoni to'xtab qoladi yoki noto'g'ri vaznlarda turg'unlashadi.

Algoritmarda lokal minimum muammosi

Ko'plab optimallashtirish algoritmlarida (masalan, **Gradient Descent**, **Simulated Annealing**, **Genetic Algorithm**) lokal minimum muammosi muhim rol o'ynaydi.

Gradient tushish (Gradient Descent)- bu eng mashhur optimallashtirish algoritmlaridan biridir. U quyidagi formula asosida ishlaydi:

$$x_{k+1} = x_k - \eta \nabla f(x_k)$$

bu yerda η — o'rganish tezligi (learning rate).

Agar $f(x)$ sirtida bir nechta chuqurliklar (lokal minimumlar) bo'lsa, gradient algoritmi eng yaqin chuqurlikka "tushadi" va u yerdan chiqolmay qoladi.

Bu esa **lokal minimumda turg'unlashish** deb ataladi.

Neyron tarmoqlarda lokal minimum

Sun'iy neyron tarmoqlarni o'qitishda maqsad — yo'qotish funksiyasini minimallashtirishdir. Odatda bu quyidagi shaklda bo'ladi:

$$L(w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Bu yo'qotish funksiyasi ko'p o'lchamli bo'lganligi sababli, uning sirtida juda ko'p lokal minimumlar mavjud bo'ladi.

Teskari tarqalish (backpropagation) algoritmi gradient tushish usulini ishlatadi, shu sababli ba'zida lokal minimumda to'xtab qoladi.

Masalan, agar neyron tarmoqning boshlang'ich og'irliklari yomon tanlansa, u lokal minimumda "qotib" qoladi va o'qitish jarayoni davom etmaydi.

Bu muammoni hal qilish uchun **momentum**, **adaptive learning rate**, **dropout** va **random restart** kabi usullar qo'llaniladi.

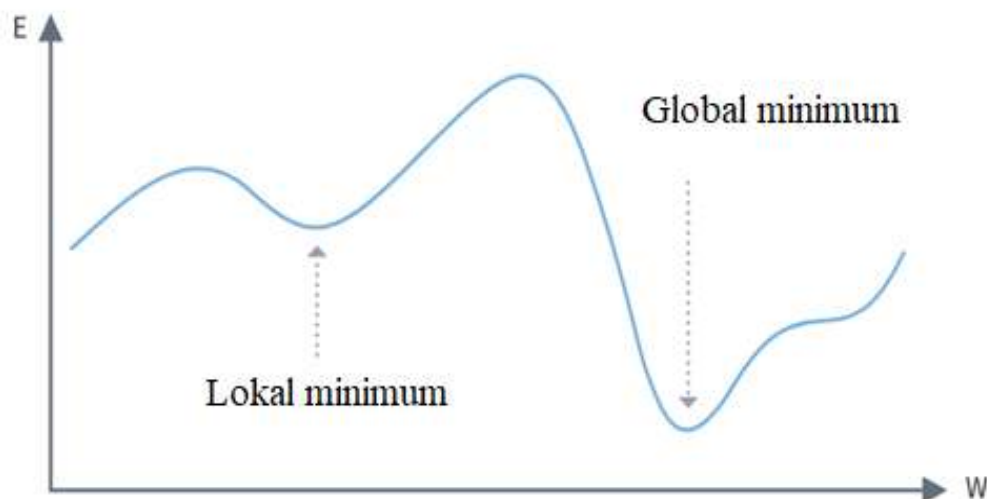
Lokal minimumdan chiqish uchun bir nechta samarali strategiyalar mavjud:

1. **Boshlang'ich qiymatlarni to'g'ri tanlash**- turli boshlang'ich nuqtalar bilan algoritmi bir necha marta ishga tushirish — global minimumga yaqin natija olish ehtimolini oshiradi.
2. **Learning rate ni sozlash**- juda kichik qiymatlar — sekinlik, juda katta qiymatlar esa barqarorlikni yo'qotadi. Dinamik o'zgartiriluvchi learning rate (annealing) samarali yechim beradi.
3. **Momentum usuli**- oldingi iteratsiya yo'nalishini hisobga olgan holda, algoritmi lokal chuqurlikdan chiqib ketadi.
4. **Simulated annealing**- bu usulda ehtimollik asosida yomon yechimlar ham vaqtincha qabul qilinadi, bu esa global yechimga yaqinlashish imkonini beradi.
5. **Genetik algoritmlar**- evolyutsion mexanizmlar yordamida — tanlash, crossover va mutatsiya orqali yechimlar yaxshilanadi va lokal minimumlardan chiqish osonlashadi.

6. **Random restart**- bir nechta boshlang'ich nuqtalar tanlanadi, har biri uchun algoritm ishlaydi, so'ng eng kichik qiymatli natija tanlanadi.

Matematik modellashtirish va grafik tahlil

Funksiya grafigini tahlil qilish orqali lokal minimumni aniqlash mumkin. Masalan, quyidagi rasmda lokal va global minimumlar ko'rsatilgan:



Рисунок

1-rasm. Lokal va global minimumni aniqlash

Funksiya egri chizig'ida bir nechta past nuqtalar mavjud — ularning ayrimlari lokal, faqat bittasi esa global minimumni ifodalaydi. Matematik modellashtirishda lokal minimumlar sonini kamaytirish uchun funksiyani soddalashtirish, sirtini silliqashtirish yoki normalizatsiya usullari qo'llaniladi.

Xulosa

Lokal minimum muammosi murakkab va ko'p o'lchovli optimizatsiya vazifalarida keng tarqalgan qiyinchilikdir. Ushbu muammo algoritmning global eng yaxshi yechimga yetishini cheklaydi va natijalar sifatini pasaytiradi. Biroq, lokal minimum muammosini hal etish uchun bir qancha samarali usullar mavjud. To'g'ri boshlang'ich nuqtalarni tanlash, learning rate ni dinamik boshqarish, momentum qo'llash, hamda genetik algoritmlar yoki simulated annealing kabi tasodifiylashtirilgan usullar lokal minimumdan chiqishga yordam beradi. Sun'iy neyron tarmoqlarni o'qitishda bu strategiyalar ayniqsa muhimdir, chunki neyron tarmoqlar ko'p o'lchovli va konveks bo'lmagan xatolik funksiyasiga ega. Shunday qilib, lokal minimum muammosini chuqur o'rganish va unga qarshi turadigan samarali metodlarni qo'llash optimizatsiya natijalarining sifatini sezilarli darajada yaxshilaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Bekmurotov Q.A. , Sun'iy intellekt va neyron tarmoqlar. O'quv qo'llanma, Samarqand – 2021.

2. Sadullayeva SH.A, Yusupov D.F., Yusupov F., Sun'iy intellekt va neyron to'liq texnologiyalar. O'quv qo'llanma, Urganch – 2021.
3. H.N.Zayniddinov, T.A.Xo'jaqulov, M.P.Atadjanov, "Sun'iy intellekt" fanidan o'quv qo'llanma, Toshkent – 2018.
4. Интеллектуальные информационные системы и технологии: учебное пособие/ Ю.Ю. Громов, О.Г.Иванова, В.В. Алексеев и др. –тамбов: Издво ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013.-244с.
5. Поталов А.С. Технологии искусственного интеллекта-СПб: СПбГУ ИТМОб 2010-218 с.

Elektron manbalar:

1. www.my.gov.uz – O'zbekiston Respublikasi hukumat portal
2. www.lex.uz - O'zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari milliy bazasi
3. <http://www.raii.org/library> - Российская ассоциация искусственного интеллекта
4. <https://www.javatpoint.com/artificial-intelligence-ai>
5. <https://www.geeksforgeeks.org/machine-learning>