

TEKISLIK VA TO'G'RI CHIZIQ SISTEMALARI UCHUN YANGI “PARALLEL PROYEKSIYA TEOREMASI”

Abdumajidova Musharrafxon Dilshodbek qizi

NamDU, Fizika-matematika fakulteti

Matematika yo'nalishi, 1-kurs talabasi

Ilmiy rahbar: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzayevna

Matematika kafedrası katta o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada fazoda berilgan tekislik va to'g'ri chiziqlar sistemasi uchun parallel proyeksiya munosabatlari tadqiq etiladi. Normallashtirilgan vektor yondashuvi asosida parallel proyeksiya operatorining invarianti sifatida namoyon bo'ladigan yangi teorema isbotlanadi. Teorema to'g'ri chiziqning tekislikka proyeksiyasi aynan o'sha chiziqning yo'nalishini saqlab qolishini ko'rsatadi va bu natija tekisliklar oilasi uchun umumlashtiriladi. Nazariy natijalar fazoviy modellashirish, 3D grafikasi va mexanik tizimlar geometriyasida qo'llanilishi mumkin.

Kalit so'zlar: parallel proyeksiya, tekislik, to'g'ri chiziq, invariant yo'nalish, yangi teorema.

НОВАЯ «ТЕОРЕМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ» ДЛЯ СИСТЕМ ПЛОСКОСТЕЙ И ПРЯМЫХ

Аннотация: В данной статье исследуются отношения параллельной проекции для системы плоскостей и прямых, заданных в евклидовом пространстве. На основе нормализованного векторного подхода доказывается новая теорема, проявляющаяся как инвариант оператора параллельной проекции. Теорема показывает, что проекция прямой на плоскость сохраняет направление этой прямой, и этот результат обобщается на семейство плоскостей. Полученные теоретические результаты могут быть использованы в пространственном моделировании, 3D-графике и геометрии механических систем.

Ключевые слова: параллельная проекция, плоскость, прямая, инвариантное направление, новая теорема.

A NEW “PARALLEL PROJECTION THEOREM” FOR SYSTEMS OF PLANES AND LINES

Abstract: This paper investigates the parallel projection relations for a system of planes and lines defined in three-dimensional space. Based on a normalized vector approach, a new theorem is proven, which appears as an invariant of the parallel projection operator. The theorem demonstrates that the projection of a line onto a plane preserves the direction of that line, and this result is extended to a family of planes. The theoretical outcomes can be applied in spatial modeling, 3D graphics, and the geometry of mechanical systems.

Keywords: parallel projection, plane, line, invariant direction, new theorem.

1. Kirish

Fazada tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro proyeksiyalanish jarayoni klassik va zamonaviy geometriyaning eng muhim tushunchalaridan biridir. Kompyuter grafikasi, 3D modellashtirish, robototexnika, fizik jarayonlar geometriyasi va mexanik sistemalar strukturasini tahlil qilishda proyeksiya operatori muhim rol o'ynaydi. Proyeksiyalar yordamida fazoviy obyektlarning yo'nalishlari, masofalari, simmetriyalari va invariant xossalari aniqlanadi. Shuning uchun proyeksiya operatorining o'ziga xos invariantlarini topish katta ilmiy ahamiyatga ega.

Klassik geometriyada to'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyar proyeksiyasi chiziqning normal komponentasi yo'qotilib, faqat tekislik bo'ylab yotuvchi qismi saqlanib qoladi. Ammo chiziqning tekislik bilan parallel yoki parallelga yaqin yo'nalishlari uchun proyeksiya xossalari chuqur o'rganilmagan. Mazkur tadqiqot aynan shu bo'shliqni to'ldirib, fazodagi parallel munosabatlar asosida **yangi Parallel proyeksiya teoremasini** yaratadi.

Ushbu teorema nafaqat bitta tekislik uchun, balki tekisliklar oilasi uchun ham umumlashtiriladi. Bu natija parallel proyeksiya operatorining invariantlarini, simmetriya yo'nalishlarini va parallel chiziqlar sistemasining proyeksiyadagi xatti-harakatini algebraik tarzda aniqlash imkonini beradi.

2. Metod

Tadqiqot metodining asosi vektor proyeksiyasi va normallashtirilgan yo'nalish vektorlari bilan ishlashga tayanadi. Fazoda berilgan to'g'ri chiziq

$$l: \vec{r} = \vec{a} + t\vec{v}$$

ko'rinishida aniqlanadi. Tekislik esa

$$\Pi: \vec{n} \cdot \vec{r} = d$$

ko'rinishida beriladi. Bu yerda $\vec{v}$ — chiziqning yo'nalish vektori, $\vec{n}$ esa tekislikning normal vektori.

To'g'ri chiziqning tekislikdagi proyeksiyasi vektorlarning klassik parchalanishi yordamida olinadi:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp},$$

bu yerda

$$\vec{v}_{\perp} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n}, \vec{v}_{\parallel} = \vec{v} - \vec{v}_{\perp}.$$

Agar chiziq tekislikka parallel bo'lsa, ya'ni

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0,$$

unda proyeksiya vektori $\vec{v}_{\parallel}$ aynan $\vec{v}$ ga teng bo'ladi.

Metodning umumlashtirilgan qismi shundaki, parallel proyeksiya uchun invarianti aniqlashda $\vec{v} \cdot \vec{n}_i = 0$ sharti tekisliklar oilasiga tatbiq etiladi.

3. Natija

Metodik yondashuv asosida quyidagi asosiy natija olingadi: chiziq tekislikka parallel bo'lganda uning tekislikdagi proyeksiyasi chiziqning yo'nalishini butunlay saqlab qoladi va shuning uchun proyeksiya operatori chiziqni o'ziga parallel chiziqqa aylantiradi.

Bundan tashqari, agar bir chiziq fazodagi barcha tekisliklar sistemasi bilan parallel munosabatga ega bo'lsa, uning barcha tekisliklarga qo'yilgan proyeksiyalari **o'zaro parallel** chiziqlar oilasini tashkil qiladi. Bu natija fazodagi parallel chiziqlar sinfini proyeksiya operatori ostida invariantligi bilan xarakterlaydi.

Teorema.

Fazada berilgan chiziq l va tekislik Π uchun agar

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0,$$

ya'ni chiziq tekislikka parallel bo'lsa, unda uning tekislikdagi proyeksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$P_{\Pi}(l): \vec{r} = P_{\Pi}(\vec{a}) + t\vec{v},$$

ya'ni proyeksiya chiziqning aynan o'sha yo'nalishiga ega bo'ladi.

Agar bir chiziq bir nechta tekisliklar sistemasiga parallel bo'lsa, ya'ni

$$\vec{v} \cdot \vec{n}_i = 0 \forall i,$$

unda

$$P_{\Pi_1}(l) \parallel P_{\Pi_2}(l) \parallel \dots \parallel P_{\Pi_k}(l) \parallel l.$$

Isbot.

Parallel shartdan: $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$. Demak, normal komponenta

$$\vec{v}_{\perp} = 0.$$

Shu sababli:

$$\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}.$$

Natijada proyeksiyalangan chiziqning yo'nalishi o'zgarmaydi va chiziqning barcha proyeksiyalari bir xil yo'nalishga ega bo'ladi. Bu esa ularning o'zaro parallel bo'lishini isbotlaydi. ■

4. Muhokama

Teorema fazodagi parallel obyektlarning proyeksiyasi matematik jihatdan barqaror ekanligini ko'rsatadi. Eng muhim jihati shundaki, chiziqning yo'nalish vektori tekislik normaliga ortogonal bo'lsa, proyeksiya operatori uning yo'nalishini

o'zgartirmaydi. Bu esa parallel strukturalar uchun proyeksiya operatorining invarianti sifatida qaraladi.

Natijalar tekisliklar tizimi uchun ham kuchga ega bo'lib, parallel chiziqning bir nechta tekisliklarga qo'yilgan proyeksiyalari bir xil yo'nalishga ega bo'lishi isbotlandi. Bu xususiyat fazoviy strukturalarni guruhlash, parallel sinflar tuzish va geometrik simmetriyani tekshirishda juda katta amaliy ahamiyatga ega.

5. Xulosa

Maqolada parallel proyeksiya operatorining yangi algebraik xossalari ochib berildi va to'g'ri chiziq bilan tekislik o'rtasidagi parallel munosabat asosida yangi teorema isbotlandi. Teorema chiziq proyeksiyasining yo'nalish invariantligini ko'rsatadi va tekisliklar sistemasiga tatbiq etilganda parallel proyeksiya oilasini hosil qiladi. Tadqiqot natijalari fazoviy modellash, hisoblash geometriyasi, grafik tizimlar va mexanik strukturalarda qo'llanishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643>
2. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari va ularni amaliyotga tadbiri. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
3. Karimberdiyeva, D. ., & Mahmudova, D. . (2025). Tekislikdagi perspektiv-affin moslikning o'ziga xos xususiyatlari. *Развитие педагогических технологий в современных науках*, 4(3), 114–117.
4. Abdiqayumov, A., & Maxmudova, D. (2025). CENTRAL AND PARALLEL PROJECTIONS AND THEIR PROPERTIES. *Теоретические аспекты становления педагогических наук*, 4(8), 177–184. извлечено от <https://inlibrary.uz/index.php/tafps/article/view/83478>
5. Dilnoza, M. Use of the Acmeological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*. c-ISSN, 2792-4025.
6. Makhmudova, D. K. (2020). Significance of acmeological approach in improving the cognitive competence of the future teachers. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(4), 426-433.