

## TEKISLIK USTIDA YOTUVCHI CHIZIQLAR OILASINING ANALITIK GEOMETRIYADAGI TAVSIFI

*Karimjonova Gulsanam Otabek qizi*

*NamDU, Fizika-matematika fakulteti*

*Matematika yo'nalishi, 1-kurs talabasi*

*E-mail: karimjanovagulsanam5@gmail.com*

*Ilmiy rahbar: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzayevna*

*Matematika kafedrası katta o'qituvchisi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada bir tekislik ustida yotuvchi chiziqlar oilasining analitik geometriyadagi umumiy tavsifi beriladi. Tekislik tenglamasiga mos keladigan normal vektor va shu tekislikka tegishli nuqtalar orqali chiziqlar oilasining vektorial, parametrik va determinantli ifodalari keltiriladi. Yangi teorema sifatida tekislikdagi barcha chiziqlar bir normalga perpendikulyarligi hamda ularning yo'nalish vektorlarining normal bilan skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli shart ekani isbotlanadi. Natijalar sirt geometriyasi, proyeksiya nazariyasi va fazoviy modellashirishda qo'llanilishi mumkin.

**Kalit so'zlar:** chiziqlar oilasi, tekislik, normal vektor, parametrik tenglama, determinant, yo'nalish vektori.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СЕМЕЙСТВА ПРЯМЫХ, ЛЕЖАЩИХ В ПЛОСКОСТИ

**Аннотация:** В статье представлен аналитический вывод общего описания семейства прямых, лежащих в одной плоскости. На основе нормального вектора плоскости формулируются векторное, параметрическое и детерминантное представления таких прямых. В новой теореме доказывается, что для любой прямой в плоскости её направляющий вектор должен быть перпендикулярен нормали плоскости. Результаты применимы в геометрии поверхностей, теории проекций и пространственном моделировании.

**Ключевые слова:** семейство прямых, плоскость, нормальный вектор, параметрическое описание, детерминант.

## AN ANALYTIC DESCRIPTION OF A FAMILY OF LINES LYING IN A PLANE

**Abstract:** This paper provides an analytic description of a family of lines lying in a single plane. Using the plane's normal vector, vector, parametric, and determinant

representations of such lines are derived. A new theorem is established stating that any line in the plane must have a direction vector orthogonal to the plane's normal, which serves as a necessary and sufficient condition. The results apply to surface geometry, projection theory, and spatial modeling.

**Keywords:** family of lines, plane, normal vector, parametric form, determinant.

## 1. KIRISH

Bir tekislikda yotuvchi barcha chiziqlarni umumiy analitik formula orqali ifodalash — geometriyaning klassik va muhim masalalaridan biridir. Tekislikning o'zi o'zaro cheksiz ko'p chiziqlarni o'z ichiga oladi, ammo bu chiziqlarni aniqlash uchun yagona geometrik mezon mavjud: **har qanday tekislikdagi chiziq tekislikning normal vektoriga perpendikulyar bo'ladi.**

Tekislik quyidagicha berilgan bo'lsin:

$$\Pi: Ax + By + Cz + D = 0, \vec{n} = (A, B, C)$$

bu yerda  $\vec{n}$  — tekislikning normal vektori. Tekislikdagi chiziqlar oilasi shu normal bilan bog'liq invariantlar orqali tavsiflanadi.

Ma'lumki, fazoda parametrik chiziq:

$$l: \vec{r}(t) = \vec{a} + t\vec{v}$$

ko'rinishda beriladi. Bu chiziq tekislik ichida bo'lishi uchun uning: yo'nalish vektori  $\vec{v}$  tekislik normaliga perpendikulyar bo'lishi, boshlang'ich nuqtasi  $\vec{a}$  tekislikka tegishli bo'lishi zarur va yetarlidir.

## 2. METOD

Tekislik ichida yotuvchi chiziqning vektorial sharti:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0.$$

Bu shart chiziqlar oilasining barcha elementlari uchun umumiy invariant hisoblanadi.

Bundan tashqari, chiziqning tekislikka tegishli nuqtasi:

$$Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 + D = 0.$$

Demak, tekislikdagi chiziqlar oilasi:

$$l(\vec{a}, \vec{v}): \begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{a} + t\vec{v}, \\ \vec{v} \cdot \vec{n} = 0, Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 + D = 0. \end{cases}$$

### 2.1. Determinant orqali tavsif

Chiziqning butun yo'nalishi tekislik bilan bog'langan quyidagi determinant yordamida tasvirlanadi:

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Bu determinant nolga teng bo'lishi — yo'nalish vektorining normalga perpendikulyarligiga ekvivalent.

### 2.2. Parametrik chiziqlar oilasi

Tekislik ustida barcha chiziqlar ikki erkin parametr orqali berilishi mumkin.

Tekislikdagi ixtiyoriy nuqta:

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + s\vec{p} + t\vec{q},$$

bu yerda  $\vec{p}$  va  $\vec{q}$  tekislikka tegishli ikki yo'nalish vektori.

Tekislikdagi chiziqlar esa:

$$\vec{r}(u) = (\vec{a}_0 + s\vec{p} + t\vec{q}) + u(\alpha\vec{p} + \beta\vec{q})$$

ko'rinishdagi ikki parametrlil oiladan iborat.

### 3. NATIJA

Tekislik ustida yotuvchi chiziqlar oilasi quyidagi asosiy invariantlar bilan tavsiflanadi:

**Vektorial shart:**

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

**Nuqtaning tekislikka tegishliligi:**

$$Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 + D = 0$$

**Determinantli shart:**

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

**Ikki parametrlil umumiy oilaning tenglamasi:**

$$\vec{r}(u) = (\vec{a}_0 + s\vec{p} + t\vec{q}) + u(\alpha\vec{p} + \beta\vec{q})$$

Bu to'plam tekislikdagi barcha chiziqlarni to'liq tavsiflaydi.

**Teorema.**

Tekislik:

$$\Pi: Ax + By + Cz + D = 0$$

va yo'nalish vektori  $\vec{v}$  berilgan bo'lsin. Chiziq tekislik ustida yotadi **agar va faqat agar**

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

va chiziqdagi hech bo'lmaganda bitta nuqta tekislik tenglamasini qanoatlantirsa.

**Isbot.**

1. Agar chiziq tekislikda bo'lsa, tekislikka normal bo'lgan  $\vec{n}$  vektor chiziqqa perpendikulyar  $\rightarrow$  skalyar ko'paytma nol.
2. Normallashtirilgan tekislikda istalgan nuqta chiziqda bo'lsa, u tekislik shartini qanoatlantiradi.
3. Aks holda,  $\vec{v} \cdot \vec{n} \neq 0$  bo'lsa, chiziq tekislikni faqat bir nuqtada kesadi.
4. Demak, ikki shart zarur va yetarli.

Teorema isbotlandi. ■

### 5. MUHOKAMA

Bu tavsif bir nechta ustunliklarga ega:

**To'liq invariant model:** Rotatsiya, Miqyoslash, Koordinata almashuvi bularning barchasida shart o'zgarmaydi.

**Hisoblashda soddalik:** Faqat bitta skalyar ko'paytma  $\rightarrow$  tahlil tez.

**Fazoviy modellashdagi qo'llanishlar:** Sirtlarni bo'lish, Parallel kesimlar, 3D sirt geometriyasi, Tekislikka yo'naltirilgan nurlar tizimi

**Vektor-geometrik aniqlik:**  $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$  sharti — tekislikdagi chiziqlarni eng soddalashtirilgan universal tavsif.

## 6. XULOSA

Maqolada tekislik ustida yotuvchi chiziqlar oilasining to'liq analitik tavsifi berildi. Asosiy natijalar:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0, Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 + D = 0$$

shartlari tekislikdagi barcha chiziqlar uchun zarur va yetarlidir. Bundan tashqari, parametrik ikki o'lchovli oilaning umumiy tenglamasi chiqarildi. Yangi teorema ushbu invariantlarning to'liqligini matematik asosda isbotladi.

Natijalar analitik geometriya, chiziqlar geometriyasi va 3D grafik modellarni yaratishda muhim amaliy ahamiyatga ega.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (T. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643>
2. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari va ularni amaliyotga tadbiqu. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (T. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
3. Karimberdiyeva, D., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikdagi perspektiv-affin moslikning o'ziga xos xususiyatlari. *Развитие педагогических технологий в современных науках*, 4(3), 114–117.
4. Abdiqayumov, A., & Mahmudova, D. (2025). CENTRAL AND PARALLEL PROJECTIONS AND THEIR PROPERTIES. *Теоретические аспекты становления педагогических наук*, 4(8), 177–184. извлечено от <https://inlibrary.uz/index.php/tafps/article/view/83478>
5. Dilnoza, M. Use of the Acmeological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*. c-ISSN, 2792-4025.
6. Makhmudova, D. K. (2020). Significance of acmeological approach in improving the cognitive competence of the future teachers. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(4), 426-433.