

YAQINLASHUVCHI KETMA-KETLIKLER TO'PLAMIDAGI ALGEBRAIK STRUKTURALAR

BUXOROVA IRODA TUFLIQIZI

Shahrisabz Davlat Pedagogika instituti

Matematika va informatika yo'nalishi 3-kurs talabasi

ZAXRIDDINOVA SHAHLO ZAHRIIDIN QIZI

Shahrisabz Davlat Pedagogika Instituti, ilmiy rahbar

Annotasiya: Ushbu ishda yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to'plamida aniqlanadigan algebraik strukturalar o'rganiladi. Ketma-ketliklar ustida qo'shish va skalyar ko'paytirish amallari orqali vektor fazo xossalari bajarilishi tahlil qilinadi. Shuningdek, yaqinlashuv tushunchasi bilan bog'liq holda normallangan fazolar, metrik fazolar va to'liq fazolarning algebraik va topologik xususiyatlari yoritiladi. Natijada yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to'plami funksional analizning muhim obyekti sifatida qaraladi.

Kalit so'zlar: Yaqinlashuvchi ketma-ketlik, algebraik struktura, vektor fazo, normallangan fazo, metrik fazo, to'liq fazo, funksional analiz.

Annotation: This paper investigates algebraic structures defined on the set of convergent sequences. The properties of vector spaces are analyzed through the operations of addition and scalar multiplication on sequences. In connection with the concept of convergence, the algebraic and topological properties of normed spaces, metric spaces, and complete spaces are discussed. As a result, the set of convergent sequences is considered an important object in functional analysis.

Keywords: convergent sequences, algebraic structure, vector space, normed space, metric space, complete space, functional analysis.

Аннотация: В данной работе рассматриваются алгебраические структуры, определённые на множестве сходящихся последовательностей. Анализируются

свойства векторного пространства, возникающие при введении операций сложения и умножения на скаляр для последовательностей. В связи с понятием сходимости освещаются алгебраические и топологические свойства нормированных, метрических и полных пространств. В результате множество сходящихся последовательностей рассматривается как важный объект функционального анализа.

Ключевые слова: сходящиеся последовательности, алгебраическая структура, векторное пространство, нормированное пространство, метрическое пространство, полное пространство, функциональный анализ

Kirish: Matematik analiz va funksional analiz fanlarida ketma-ketliklar tushunchasi muhim o‘rin egallaydi. Ayniqsa, yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasi ko‘plab matematik modellarning asosini tashkil etadi. Ketma-ketliklar ustida aniqlangan algebraik amallar ularni muayyan strukturalar doirasida o‘rganish imkonini beradi. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plami qo‘shish va skalyar ko‘paytirish amallari ostida vektor fazo xossalriga ega bo‘lib, u normallangan va metrik fazolar bilan uzviy bog‘liqdir. Ushbu mavzuni o‘rganish orqali yaqinlashuv, to‘liqlik va uzluksizlik kabi muhim tushunchalarning algebraik asoslari ochib beriladi.

Matematik analiz va funksional analiz fanlarida ketma-ketliklar tushunchasi markaziy o‘rin egallaydi. Ketma-ketliklar yordamida matematik obyektlarning chegaraviy xatti-harakati, limit jarayonlari va fazolarning ichki tuzilishi o‘rganiladi. Ayniqsa, yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasi uzluksizlik, differentsiallanuvchanlik va integrallanuvchanlik kabi tushunchalarning nazariy asosini tashkil etadi.

An’anaviy yondashuvlarda yaqinlashuvchi ketma-ketliklar asosan analiz doirasida qaraladi. Biroq ularni algebraik strukturalar orqali tadqiq qilish bu tushunchaning yanada chuqurroq mohiyatini ochib beradi. Ushbu ishda yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plami algebraik nuqtayi nazardan tahlil qilinib, ularning vektor fazo, strukturaviy va munosabatli xossalari o‘rganiladi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketlik deb, hadlari ma'lum bir songa yaqinlashuvchi ketma-ketlikka aytiladi. Ushbu son ketma-ketlikning limiti deb ataladi. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar real va kompleks sonlar to'plamida aniqlanishi mumkin.

Bunday ketma-ketliklarning muhim xususiyatlaridan biri ularning cheklanganligidir. Cheklanganlik ketma-ketliklarni fazoviy obyekt sifatida tasavvur qilish imkonini beradi. Bundan tashqari, yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning yig'indisi va ayirmasi ham yaqinlashuvchi bo'lib qoladi, bu esa ularning algebraik jihatdan yopiq to'plam ekanligini ko'rsatadi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to'plamida qo'shish va skalyar ko'paytirish amallari tabiiy tarzda aniqlanadi. Ikki ketma-ketlik mos hadlari bo'yicha qo'shilganda, hosil bo'lgan ketma-ketlik ham yaqinlashuvchi bo'ladi.

Skalyar ko'paytirish amali ketma-ketlikning har bir hadini bir xil songa ko'paytirish orqali aniqlanadi. Bu amal ham yaqinlashuv xossasini saqlab qoladi. Ushbu amallar ostida yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to'plami vektor fazo aksiomalarini to'liq qanoatlantiradi.

Klassik analizda yaqinlashish tezligi baholovchi tushuncha sifatida qoraladi. Ushbu ishda esa yaqinlashish tezligi algebraik xossa sifatida talqin qilinadi. Ketma-ketliklarning limitga turlicha tezlikda yaqinlashishi ularning ichki strukturasiidagi farqlarni aks ettiradi.

Yaqinlashish tezligiga ko'ra ketma-ketliklarni ma'lum sinflarga ajratish mumkin. Bu sinflar orasida algebraik munosabatlar aniqlanib, ketma-ketliklar strukturaviy jihatdan solishtiriladi. Ushbu yondashuv yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasiga yangi qarashlarni olib kiradi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar orasida qisman tartib munosabatlarini kiritish mumkin. Bu munosabatlar ketma-ketliklarning hadma-had solishtirilishiga asoslanadi. Natijada ketma-ketliklar o'rtasida ustunlik va yaqinlik tushunchalari algebraik shaklda ifodalanadi.

Qisman tartiblangan yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plami mustaqil algebraik sistema sifatida qaraladi. Ushbu sistema analiz va algebra o‘rtasidagi bog‘liqlikni yanada mustahkamlaydi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plamini algebraik strukturalar orqali o‘rganish matematik nazariyani boyitadi. Ushbu yondashuv ketma-ketliklarni faqat limit jarayonlari bilan cheklab qo‘ymay, balki ularni mustaqil algebraik obyektlar sifatida qarash imkonini beradi. Natijada analiz va algebra o‘rtasidagi chuqur bog‘liqlik yaqqol namoyon bo‘ladi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plamini normallangan fazo sifatida qarash mumkin. Bunda har bir ketma-ketlik uchun norma tushunchasi kiritilib, u ketma-ketlikning umumiy “o‘lchami”ni ifodalaydi. Norma orqali ketma-ketliklar orasidagi masofa aniqlanadi va yaqinlashuv jarayoni aniq matematik shaklga ega bo‘ladi.

Normallangan fazolarda yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xatti-harakati algebraik va topologik xossalarning birgalikda namoyon bo‘lishiga olib keladi. Ayniqsa, normaning chiziqlilik xossasi algebraik amallar bilan mos keladi. Bu esa yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plamini analiz va algebra o‘rtasidagi bog‘lovchi ko‘prik sifatida qarash imkonini beradi.

To‘liqlik tushunchasi yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasida muhim o‘rin egallaydi. Agar fazodagi har bir Koshy ketma-ketlik shu fazoning o‘zida limitga ega bo‘lsa, u fazo to‘liq deb ataladi. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar to‘plami ushbu nuqtayi nazardan tahlil qilinganda, uning ichki barqarorligi namoyon bo‘ladi.

Algebraik jihatdan qaralganda, to‘liqlik strukturaning “yopiq” ekanligini bildiradi. Ya’ni, ketma-ketliklar ustida bajariladigan algebraik amallar fazodan tashqariga chiqmaydi. Bu xossa yaqinlashuvchi ketma-ketliklarni murakkab algebraik modellarni qurishda qulay vositaga aylantiradi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar turli strukturaviy modellarda qaralishi mumkin. Masalan, ularni funksiyalar fazosining maxsus holati sifatida talqin qilish mumkin. Bunda har bir ketma-ketlik indekslar to‘plamida aniqlangan funksiya sifatida qaraladi.

Bunday yondashuv algebraik strukturalarni yanada umumlashtirish imkonini beradi. Ketma-ketliklar ustida aniqlangan amallar funksiyalar ustidagi amallar bilan mos keladi. Natijada yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasi abstrakt algebraik tizimlar bilan uzviy bogʻlanadi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar toʻplamidagi algebraik strukturalarning oʻrganilishi nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatga ham ega. Ushbu tushunchalar sonli metodlar, matematik modellash va hisoblash matematikasida keng qoʻllaniladi.

Algebraik yondashuv ketma-ketliklarning xatti-harakatini oldindan bashorat qilish, ularni sinflarga ajratish va optimallashtirish masalalarini hal qilish imkonini beradi. Shu sababli, yaqinlashuvchi ketma-ketliklar nazariyasi zamonaviy matematikaning muhim yoʻnalishlaridan biri hisoblanadi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar toʻplamini algebraik strukturalar asosida oʻrganish matematik analizning imkoniyatlarini sezilarli darajada kengaytiradi. Ushbu yondashuv ketma-ketliklarni faqat limitga intiluvchi jarayon sifatida emas, balki ichki qonuniyatlarga ega boʻlgan algebraik obyektlar sifatida talqin qilish imkonini beradi. Natijada analiz va algebra oʻrtasidagi nazariy bogʻliqlik yanada chuqurlashadi va yangi ilmiy izlanishlar uchun mustahkam zamin yaratiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR ROʻYXATI

- 1.Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Funksiyalar nazariyasi va funksional analiz asoslari. — Moskva: Nauka, 1981.
- 2.Rudin W. Matematik analiz asoslari (Principles of Mathematical Analysis). — New York: McGraw-Hill, 1976.
- 3.Kreyszig E. Amaliy funksional analizga kirish. — New York: Wiley, 1978.
- 4.Conway J. B. Funksional analiz kursi. — Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- 5.Lang S. Chiziqli algebra. — New York: Springer-Verlag, 1987.
- 6.Zorich V. A. Matematik analiz. — Moskva: MCCME, 2002.

- 7.Kantorovich L. V., Akilov G. P. Funktsional analiz. — Oxford: Pergamon Press, 1982.
- 8.Naimark M. A. Normallangan fazolar nazariyasi. — Moskva: Nauka, 1964.
- 9.Yosida K. Funktsional analiz. — Berlin: Springer-Verlag, 1980.
- 10.Krein M. G. Chiziqli operatorlar va funktsional fazolar. — Moskva: Nauka, 1971.
- 11.Axmedov B., Rasulov A. Matematik analizga kirish. — Toshkent: O‘qituvchi, 2015.
- 12.Jo‘rayev T. Funktsional analiz asoslari. — Toshkent: Universitet nashriyoti, 2018.