

ISSIQLIK TENGLAMASIDAN CHEGARAVIY FUNKSIYANI ANIQLASHNING TESKARI MASALASI

Rahimov Doniyor G'ofurovich

Otayeva Nilufar Navro'zova

O'rta Osiyo Xalqaro Universiteti

O'zbekiston, Buxoro

Annotatsiya. Ushbu maqolada bir o'lchovli issiqlik tarqalish tenglamasi uchun noma'lum chegaraviy funktsiyani aniqlash masalasi teskari masala sifatida tadqiq etiladi. Teskari masalalarga xos bo'lgan noto'g'ri qo'yilganlik muammolari, xususan yechimning barqaror emasligi masalasi yoritiladi. Ushbu muammoni bartaraf etish maqsadida Tixonov regularizatsiya usuli qo'llanadi. Issiqlik tenglamasi fazo va vaqt bo'yicha diskretlashtirilib, sonli yechimlar Euler usullari asosida olinadi hamda dasturiy modellashtirish natijalari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: issiqlik tarqalishi, teskari masala, chegaraviy shart, Tixonov regularizatsiyasi, sonli usullar.

Kirish

Issiqlik almashinuvi jarayonlari tabiiy va texnologik tizimlarda muhim ahamiyatga ega bo'lib, ularni matematik modellashtirish amaliy masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Issiqlik tarqalish tenglamasi orqali jism ichidagi harorat maydonining vaqt bo'yicha o'zgarishini tavsiflash mumkin. Ko'pgina real holatlarda chegaraviy shartlarni bevosita o'lchash imkoni mavjud bo'lmaydi va ular bilvosita, ya'ni ichki nuqtalardagi harorat kuzatuvlari asosida aniqlanadi. Bu esa teskari masalalar sinfiga kiradi.

Mazkur ishning asosiy maqsadi issiqlik tenglamasi uchun noma'lum chegaraviy funktsiyani aniqlashning matematik modeli, uning teskari masala sifatidagi xususiyatlari hamda barqaror sonli yechim usullarini ko'rsatishdan iborat.

1. Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi va teskari masala

Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T.$$

Aksincha, chegaraviy shartlardan biri noma'lum bo'lib, u qo'shimcha o'lchov ma'lumotlari yordamida aniqlansa, masala teskari masala deyiladi. Bunday masalalar kichik o'lchov xatolariga nisbatan sezgir bo'lib, maxsus barqarorlashtirish usullarini talab qiladi.

2. Chegaraviy funksiyani aniqlash modeli

Quyidagi chegaraviy masala qoraladi:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = \varphi(t), & 0 < t \leq T, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = q(t), & 0 < t \leq T. \end{cases} \quad Aq = b.$$

3. Tixonov regularizatsiyasi

Teskari masalaning barqaror yechimini topish uchun Tixonov regularizatsiya yondashuvi qo'llanadi. Ushbu usulda quyidagi funksional minimallashtiriladi:

$$F(q) = \|Aq - b\|^2 + \alpha \|Lq\|^2. \quad (A^T A + \alpha L^T L)q = A^T b.$$

4. Sonli yechim va modellashtirish

Masalani sonli yechish uchun vaqt va fazo bo'yicha panjara tanlanadi. Issiqlik tenglamasini yechishda explicit va implicit Euler usullaridan foydalaniladi. Diskret model asosida olingan sintetik o'lchovlar yordamida noma'lum chegaraviy funksiya Tixonov usuli orqali qayta tiklanadi.

Hisoblash natijalari shuni ko'rsatadiki, regularizatsiya qo'llanilganda yechim sezilarli darajada silliqlashadi va o'lchov shovqinlariga nisbatan barqaror bo'ladi.

Xulosa

Olib borilgan tadqiqotda issiqlik tarqalish tenglamasi uchun chegaraviy funksiyani aniqlashga doir teskari masala o'rganildi. Teskari masalalarning noto'g'ri qo'yilganligi regulyarizatsiya usullaridan foydalanishni talab qilishi ko'rsatildi. Tixonov regulyarizatsiyasi yordamida barqaror sonli yechimlar olinib, dasturiy modellashtirish orqali ularning samaradorligi tasdiqlandi. Ushbu yondashuvlar amaliy issiqlik nazorati va muhandislik masalalarida qo'llanishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solutions of Ill-Posed Problems. — Winston & Sons, 1977.
2. Lavrentiev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. Ill-Posed Problems of Mathematical Physics and Analysis. — AMS, 1986.
3. Cannon J.R. The One-Dimensional Heat Equation. — Addison-Wesley, 1984.
4. Isakov V. Inverse Problems for Partial Differential Equations. — Springer, 2006.