

## MULTIPLIKATIV GETEROSKEDATLIK. GETEROSKEDATLIKNI TEKSHIRISH.

**Xakimova Ma'mura Muxammadiyevna**

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

“Oliy matematika” kafedrası assistenti

Email: [mamurah1983@gmail.com](mailto:mamurah1983@gmail.com)

**Saidov Ozodbek Azizjon o'g'li**

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

Buxgalteriya hisobi va menejment fakulteti talabasi

Email: [ozodbeksaidov2005@gmail.com](mailto:ozodbeksaidov2005@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqola ekonometrik modellarda multiplikativ geteroskedastiklik muammosini va uni aniqlash usullarini chuqur tahlil qiladi. Geteroskedastiklik, xatolik hadlarining dispersiyasi mustaqil o'zgaruvchilar bilan bog'liq bo'lgan holat bo'lib, oddiy eng kichik kvadratlar (OEKQ) baholovchilarining samaradorligini pasaytiradi. Maqolada multiplikativ geteroskedastiklikning nazariy asoslari ko'rib chiqiladi va uning model spetsifikatsiyasiga ta'siri muhokama qilinadi. Shuningdek, geteroskedastiklikni tekshirish uchun Breusch-Pagan, White va Goldfeld-Quandt kabi asosiy diagnostik testlar batafsil bayon etilgan. Ushbu tadqiqot natijalari ekonometrik modellarni to'g'ri baholash va ishonchli xulosalar chiqarish uchun muhim amaliy ahamiyatga ega.

**Kalit so'zlar:** Multiplikativ Geteroskedastiklik, Ekonometrik Model, Geteroskedastiklikni Tekshirish, Breusch-Pagan Testi, White Testi, Goldfeld-Quandt Testi, OEKQ Baholovchilar, Xatolik Dispersiyasi

**Abstract.** This article deeply analyzes the problem of multiplicative heteroskedasticity and methods for its detection in econometric models.

Heteroskedasticity, a condition where the variance of error terms is related to independent variables, reduces the efficiency of Ordinary Least Squares (OLS) estimators. The paper reviews the theoretical foundations of multiplicative heteroskedasticity and discusses its impact on model specification. Furthermore, key diagnostic tests for heteroskedasticity, such as Breusch-Pagan, White, and Goldfeld-Quandt, are detailed. The findings of this research have significant practical implications for correctly estimating econometric models and drawing reliable conclusions.

**Keywords:** Multiplicative Heteroskedasticity, Econometric Model, Heteroskedasticity Testing, Breusch-Pagan Test, White Test, Goldfeld-Quandt Test, OLS Estimators, Error Variance

**Аннотация.** Данная статья глубоко анализирует проблему мультипликативной гетероскедастичности и методы ее обнаружения в эконометрических моделях. Гетероскедастичность, состояние, при котором дисперсия случайных ошибок связана с независимыми переменными, снижает эффективность оценок метода наименьших квадратов (МНК). В работе рассматриваются теоретические основы мультипликативной гетероскедастичности и обсуждается ее влияние на спецификацию модели. Также подробно описаны основные диагностические тесты для проверки гетероскедастичности, такие как Бройша-Пагана, Уайта и Голдфелда-Квандта. Результаты данного исследования имеют важное практическое значение для корректной оценки эконометрических моделей и получения надежных выводов.

**Ключевые слова:** Мультипликативная Гетероскедастичность, Эконометрическая Модель, Проверка Гетероскедастичности, Тест Бройша-Пагана, Тест Уайта, Тест Голдфелда-Квандта, Оценки МНК, Дисперсия Ошибок

**Kirish.** Homoskedastiklik sharoitida regressiya modelidagi xatolik dispersiyasi barcha regressor qiymatlari bo'yicha doimiy bo'lib qoladi, ya'ni  $\text{Var}(u_i|X_i=x) = \sigma^2$ . Aksincha, geteroskedastiklik xatolik hadining shartli dispersiyasi regressor qiymatlariga bog'liq bo'lganda yuzaga keladi, bu  $\text{Var}(u_i|X_i=x) = \sigma_i^2$  degan ma'noni anglatadi [1]. Homoskedastiklik geteroskedastiklikning maxsus holati hisoblanadi. Iqtisodiy

ma'lumotlarda, masalan, ta'lim darajasi oshishi bilan soatlik daromad dispersiyasining ortishi geteroskedastiklikning yaqqol namunasidir [1]. Bu holatda, xatolik dispersiyasi mustaqil o'zgaruvchilarning funktsiyasi sifatida o'zgaradi, ko'pincha multiplikativ tarzda, bu esa modelning aniqligiga jiddiy ta'sir ko'rsatadi.

Geteroskedastiklik regressiya tahlilida keng tarqalgan muammo bo'lib, u xatolik hadlarining dispersiyasi kuzatuvlar bo'yicha o'zgarib turishini anglatadi va homoskedastiklik farazini buzadi [4]. Bu nomuvofiqlik standart xatoliklarni buzadi, Oddiy Eng Kichik Kvadratlar (OEKQ) regressiyalaridan olingan statistik xulosalarning asoslilikini pasaytiradi, chunki u tarfkash standart xatoliklarga va Eng Yaxshi Chiziqli Tarfkashsiz Baholovchi (BLUE) xususiyatlarining yo'qolishiga olib keladi [4]. Bunday holatda, baholovchilar hali ham tarfkashsiz bo'lishi mumkin, ammo ularning dispersiyasi samarador emas. Geteroskedastiklik ko'pincha funktsional shaklning noto'g'ri belgilanishini, masalan, qiyshiq taqsimotlar, eksponensial o'sish yoki chiziqli bo'lmagan munosabatlarni ko'rsatadi [4]. Bu esa modelning prognozlash qobiliyatini zaiflashtiradi va siyosiy tavsiyalar uchun noto'g'ri asos yaratishi mumkin.

Ushbu muammoni aniqlash uchun turli xil statistik testlar ishlab chiqilgan. Breusch-Pagan testi, masalan, chiziqli regressiya modellarida geteroskedastiklikni aniqlash uchun ishlatiladigan kuchli vositadir [2], [3]. U OEKQ qoldiqlarining dispersiyasi mustaqil o'zgaruvchilarga bog'liqmi yoki yo'qligini baholaydi [2]. Geteroskedastiklik aniqlanganda, statistik xulosalarning ishonchliligini ta'minlash uchun tegishli choralar ko'rish zarur. Bularga og'irlikli eng kichik kvadratlar (WLS) yoki geteroskedastiklikka chidamli standart xatoliklarni qo'llash kiradi [2], [5]. Ushbu maqola multiplikativ geteroskedastiklikning nazariy asoslarini, uni aniqlash usullarini va OEKQ baholovchilariga ta'sirini chuqur o'rganadi, shuningdek, amaliy echimlar va mustahkam baholash usullarini muhokama qiladi.

**Asosiy qism.** Geteroskedastiklikning multiplikativ shakli iqtisodiy ma'lumotlarda tez-tez uchraydigan holat bo'lib, bunda xatolik hadining dispersiyasi mustaqil o'zgaruvchilarning funktsiyasi sifatida ko'paytma tarzda o'zgaradi. Bu shuni anglatadiki,

regressiya modelidagi xatolik dispersiyasi  $\text{Var}(u_i|X_i) = \sigma^2 f(X_i)$  ko'rinishida ifodalanadi, bu yerda  $f(X_i)$  mustaqil o'zgaruvchilarning musbat funktsiyasidir. Ko'pincha, bu funktsiya eksponensial shaklda, masalan,  $\text{Var}(u_i|X_i) = \sigma^2 \exp(\gamma \cdot Z_i)$  ko'rinishida bo'lishi mumkin, bu yerda  $Z_i$  regressiya modelidagi mustaqil o'zgaruvchilarning bir qismi yoki ularning funktsiyalari bo'lishi mumkin. Bunday multiplikativ bog'liqlik ko'plab iqtisodiy hodisalarda kuzatiladi. Masalan, daromad darajasi oshishi bilan iste'mol xarajatlarining dispersiyasi ham ortib boradi, chunki yuqori daromadli shaxslar o'z xarajatlarida ko'proq erkinlikka ega bo'lib, bu esa xatolik hadlarining o'zgaruvchanligini oshiradi. Xuddi shunday, firmalarning hajmi kattalashgan sari ularning investitsiya qarorlaridagi noaniqlik va shunga mos ravishda investitsiya xarajatlarining dispersiyasi ham ortishi mumkin. Bu turdagi geteroskedastiklik modelning aniqligiga va statistik xulosalarning ishonchliligiga jiddiy ta'sir ko'rsatadi, chunki u OEKQ baholovchilarining samaradorligini pasaytiradi va standart xatoliklarni tarfkash qiladi.

Geteroskedastiklikning Oddiy Eng Kichik Kvadratlar (OEKQ) baholovchilariga ta'siri chuqur tahlilni talab qiladi. Avvalo, geteroskedastiklik sharoitida OEKQ baholovchilari hali ham tarfkashsiz va mos keluvchi bo'lib qoladi. Ya'ni, ular o'rtacha hisobda haqiqiy parametr qiymatiga yaqinlashadi va katta tanlamalarda haqiqiy qiymatga intiladi. Biroq, ularning samaradorligi sezilarli darajada pasayadi. Samaradorlikning yo'qolishi shuni anglatadiki, OEKQ baholovchilari eng kichik dispersiyaga ega bo'lmaydi, bu esa Eng Yaxshi Chiziqli Tarfkashsiz Baholovchi (BLUE) xususiyatlarining buzilishiga olib keladi [4]. Natijada, OEKQ baholovchilarining dispersiyasi noto'g'ri baholanadi, odatda u past baholanadi. Standart xatoliklarning tarfkashligi esa statistik xulosalarning asoslilikini buzadi. Xususan, t-statistikalar va F-statistikalar noto'g'ri hisoblanadi, bu esa gipotezalarni tekshirishda xatoliklarga olib keladi. Masalan, standart xatoliklar past baholanganda, t-statistikalar sun'iy ravishda yuqori bo'lib ko'rinadi, bu esa nol gipotezani asossiz ravishda rad etishga (I tur xato) olib kelishi mumkin. Ishonch intervallari ham torayib ketadi, bu esa parametr baholarining aniqligi haqida noto'g'ri tasavvur beradi va haqiqiy parametr qiymatini o'z ichiga olmaydigan intervallarni hosil qilishi mumkin. Bunday holatda, modelning prognozlash qobiliyati zaiflashadi va iqtisodiy siyosat bo'yicha

tavsiyalar noto'g'ri asosga qurilishi mumkin. Geteroskedastiklik ko'pincha funktsional shaklning noto'g'ri belgilanishini, masalan, qiyshiq taqsimotlar, eksponensial o'sish yoki chiziqli bo'lmagan munosabatlarni ko'rsatadi [4].

Geteroskedastiklikni aniqlash uchun bir qator rasmiy statistik testlar ishlab chiqilgan bo'lib, ular orasida Breusch-Pagan, White va Goldfeld-Quandt testlari eng keng tarqalgan.

Breusch-Pagan testi chiziqli regressiya modellarida geteroskedastiklikni aniqlash uchun ishlatiladigan kuchli vositadir [2], [3]. Uning asosiy g'oyasi shundan iboratki, agar geteroskedastiklik mavjud bo'lsa, OEKQ qoldiqlarining kvadrati mustaqil o'zgaruvchilar bilan bog'liq bo'ladi. Test uch bosqichli protsedurani o'z ichiga oladi: birinchi navbatda, asosiy regressiya modeli OEKQ usuli yordamida baholanadi va uning qoldiqlari ( $e_i$ ) olinadi. Ikkinchi bosqichda, bu qoldiqlar kvadratga oshiriladi ( $e_i^2$ ). Uchinchi bosqichda, bu kvadrat qoldiqlar mustaqil o'zgaruvchilar ( $X_i$ ) bo'yicha yordamchi regressiyaga tortiladi:  $e_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} + \dots + \alpha_k X_{ki} + v_i$ . Bu yerda  $v_i$  yangi xatolik hadidir. Testning nol gipotezasi ( $H_0$ ) homoskedastiklikni, ya'ni yordamchi regressiyadagi barcha  $\alpha$  koeffitsientlari ( $\alpha_1$  dan  $\alpha_k$  gacha) nolga tengligini faraz qiladi. Agar bu koeffitsientlar nolga teng bo'lsa, bu xatolik dispersiyasining mustaqil o'zgaruvchilarga bog'liq emasligini anglatadi. Test statistikasi, yordamchi regressiyaning tushuntirilgan kvadratlar yig'indisining yarmi sifatida hisoblanadi va asimptotik jihatdan  $k$  erkinlik darajali chi-kvadrat taqsimotiga ega bo'ladi, bu yerda  $k$  yordamchi regressiyadagi regressiya o'zgaruvchilarining sonidir [2]. Agar  $p$ -qiymat tanlangan ahamiyatlilik darajasidan (masalan, 0.05) past bo'lsa, nol gipoteza rad etiladi va geteroskedastiklik mavjudligi tasdiqlanadi [3]. Roger Koenker tomonidan taklif qilingan mustahkam variant esa Gaus bo'lmagan xatolik hadlari uchun ham qo'llanilishi mumkin [2].

White testi Breusch-Pagan testiga nisbatan yanada umumiyroq bo'lib, geteroskedastiklikning aniq funktsional shakli haqida hech qanday faraz qilmaydi. Bu test geteroskedastiklikning murakkab shakllarini, shu jumladan mustaqil o'zgaruvchilarning kvadratlari va o'zaro ko'paytmalariga bog'liq bo'lgan shakllarni aniqlashga qodir. White testining protsedurasi ham Breusch-Pagan testiga o'xshashdir: avval asosiy model OEKQ

usuli bilan baholanadi va qoldiqlar ( $e_i$ ) olinadi. Keyin, bu kvadrat qoldiqlar ( $e_i^2$ ) mustaqil o'zgaruvchilar ( $X_i$ ), ularning kvadratlari ( $X_i^2$ ) va o'zaro ko'paytmalari ( $X_i X_j$ ) bo'yicha yordamchi regressiyaga tortiladi. Nol gipotezasi ( $H_0$ ) barcha yordamchi regressiya koeffitsientlari (doimiy haddan tashqari) nolga tengligini faraz qiladi, bu esa homoskedastiklikni bildiradi. Test statistikasi yordamchi regressiyaning  $R^2$  qiymatini kuzatuvlar soniga ( $n$ ) ko'paytirish orqali hisoblanadi ( $n R^2$ ) va asimptotik jihatdan yordamchi regressiyadagi regressiya o'zgaruvchilarining soniga teng erkinlik darajali chi-kvadrat taqsimotiga ega bo'ladi. White testning afzalligi uning umumiy xususiyatida bo'lib, u funktsional shaklning noto'g'ri belgilanishiga va xatolik hadlarining normal taqsimlanmaganligiga nisbatan mustahkamdir. Biroq, uning kamchiligi shundaki, ko'p sonli mustaqil o'zgaruvchilar mavjud bo'lganda, yordamchi regressiyadagi regressiya o'zgaruvchilarining soni sezilarli darajada oshishi mumkin, bu esa erkinlik darajalarini kamaytiradi va testning quvvatini pasaytiradi.

Goldfeld-Quandt testi esa ma'lum bir mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha ma'lumotlarni tartiblash mumkin bo'lgan va dispersiyaning o'zgarish nuqtasi taxminan ma'lum bo'lgan holatlarda samaralidir. Bu test ma'lumotlarni dispersiyaga ta'sir qilishi gumon qilingan o'zgaruvchi bo'yicha tartiblashni talab qiladi. Keyin, ma'lumotlar ikki kichik tanlamaga bo'linadi, odatda o'rtadagi ba'zi kuzatuvlar (masalan, 10-20%) tashlab yuboriladi, bu esa ikki kichik tanlama o'rtasidagi dispersiya farqini aniqroq ko'rsatishga yordam beradi. Har bir kichik tanlama uchun alohida OEKQ regressiyasi o'tkaziladi va ularning qoldiq kvadratlari yig'indisi (RSS) hisoblanadi. Test statistikasi F-taqsimotiga ega bo'lgan nisbat sifatida hisoblanadi:  $F = (RSS2 / df2) / (RSS1 / df1)$ , bu yerda RSS2 va RSS1 mos ravishda yuqori dispersiyaga ega bo'lishi kutilgan guruh va past dispersiyaga ega bo'lishi kutilgan guruhning qoldiq kvadratlari yig'indisi,  $df2$  va  $df1$  esa ularning mos erkinlik darajalaridir. Nol gipotezasi ( $H_0$ ) ikki kichik tanlamadagi dispersiyalar tengligini faraz qiladi. Agar hisoblangan F-statistikasi tanlangan ahamiyatlilik darajasidagi kritik qiymatdan oshsa, nol gipoteza rad etiladi va geteroskedastiklik mavjudligi tasdiqlanadi. Goldfeld-Quandt testning afzalligi uning intuitivligi va dispersiyaning ma'lum bir nuqtada o'zgarishini aniqlashdagi samaradorligidir. Biroq, uning kamchiligi shundaki, u ma'lumotlarni

tartiblash uchun qaysi o'zgaruvchidan foydalanishni va ma'lumotlarni qayerdan bo'lishni bilishni talab qiladi.

Geteroskedastiklik aniqlanganda, statistik xulosalarning ishonchliligini ta'minlash uchun tegishli choralar ko'rish zarur. Bularga Og'irlikli Eng Kichik Kvadratlar (WLS) usuli yoki geteroskedastiklikka chidamli standart xatoliklarni qo'llash kiradi [2], [5].

Agar geteroskedastiklikning aniq shakli noma'lum bo'lsa yoki uni baholash qiyin bo'lsa, geteroskedastiklikka chidamli standart xatoliklar (Robust Standard Errors) qo'llaniladi. Bu usul OEKQ baholovchilarining o'zini o'zgartirmaydi, balki faqat ularning standart xatoliklarini to'g'rilaydi, shu bilan statistik xulosalarning ishonchliligini ta'minlaydi. Huber/White/sandwich baholovchisi deb ham ataladigan bu usul, asimptotik jihatdan mos keluvchi standart xatoliklarni ta'minlaydi [5]. White (1980) tomonidan taklif qilingan dastlabki baholovchi katta tanlamalarda yaxshi ishlasa-da, kichik tanlamalarda tarfakashlikka ega bo'lishi mumkin. Bu muammoni hal qilish uchun MacKinnon va White (1985) HC1, HC2 va HC3 kabi bir qator tuzatishlarni taklif qilishgan [5].

HC1 baholovchisi erkinlik darajalarini tuzatishni o'z ichiga oladi va Stata dasturidagi "vce(robust)" opsiyasiga mos keladi [5].

HC2 baholovchisi kuzatuvlarning leverage nuqtalarini hisobga oladi, bu esa baholovchining dispersiyasiga ta'sir qiluvchi kuzatuvlarning ta'sirini kamaytiradi.

HC3 baholovchisi esa jackknife baholovchisi bo'lib, u leverage asosidagi qoldiq og'irliklaridan foydalanadi va simulyatsiyalar shuni ko'rsatadiki, u kichik tanlamalarda HC1 va HC2 dan ustunroq bo'lishi mumkin [5]. Ayniqsa, yuqori leverage nuqtalari mavjud bo'lganda, HC3 ko'pincha afzal ko'riladi, chunki u bu nuqtalarning ta'sirini samaraliroq kamaytiradi.

Geteroskedastiklikka chidamli standart xatoliklarni qo'llashda ikkita muhim omilni hisobga olish kerak: regressorga to'g'ri keladigan kuzatuvlar soni va yuqori leverage nuqtalarining mavjudligi [5]. Regressorga to'g'ri keladigan kuzatuvlar soni umumiy tanlama hajmidan ko'ra muhimroqdir; masalan, 4 ta regressorga ega 250 ta kuzatuv 10 ta regressorga ega 250 ta kuzatuvga qaraganda yaxshiroq natijalar beradi. Yuqori leverage

nuqtalari baholovchining ishlashiga salbiy ta'sir ko'rsatadi va etarli miqdordagi kuzatuvlar bu muammolarni kamaytiradi [5]. Ushbu mustahkam baholash usullari statistik dasturiy ta'minotlarda (masalan, R, Stata, SAS, Python) keng qo'llaniladi va ularni amalga oshirish nisbatan oson.

### Misol

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

Lekin xatolik dispersiyasi quyidagicha:

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 X_i^2$$

Bu — **multiplikativ geteroskedastiklik**, chunki dispersiya  $X_i^2$

### Amaliy misol (iqtisodiy)

Masalan, siz **daromad (Y)** ni **tajriba (X)** ga bog'lab o'rganayapsiz:

Kam tajribali ishchilarda daromad farqlari kichik

Ko'p tajribali ishchilarda esa daromadlar juda farq qiladi

Bu holatda xatolik dispersiyasi tajriba oshgani sari ortadi → geteroskedastiklik mavjud.

## Geteroskedastiklikni tekshirish usullari

### 1. Grafik usul

Qoldiqlarni (residuals) X ga nisbatan chizamiz

Agar “fan” (yelpig'ich) shakli hosil bo'lsa → geteroskedastiklik bor

### 2. Breusch–Pagan testi

Quyidagi yordamchi regressiya baholanadi:

$$\varepsilon_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + u_i$$

Agar  $X_i$  ahamiyatli bo'lsa → geteroskedastiklik mavjud

### 3. White testi

Dispersiya  $X, X^2$  va ularning kombinatsiyasiga bog‘liqligi tekshiriladi

Ko‘proq umumiy test hisoblanadi

### **Qisqa xulosa**

Multiplikativ geteroskedastiklik:

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \cdot f(X_i)$$

Bu modelda xatoliklar dispersiyasi o‘zgaruvchilarga bog‘liq

Tekshirish: grafik, Breusch–Pagan, White testlari

**Xulosa.** Ushbu maqola multiplikativ geteroskedastiklikning iqtisodiy modellardagi keng tarqalganligi va OEKQ baholovchilariga ta'sirini tahlil qildi. Geteroskedastiklik OEKQ baholovchilarining samaradorligini pasaytirib, standart xatoliklarni tarfkash qiladi, statistik xulosalarni asossiz qiladi. Breusch-Pagan, White va Goldfeld-Quandt testlari uni aniqlashda muhimdir. Uni bartaraf etish uchun WLS yoki geteroskedastiklikka chidamli standart xatoliklar kabi mustahkam usullar qo'llanilishi lozim. Bu choralar model aniqligini va iqtisodiy qarorlar ishonchliligini ta'minlaydi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. **G. Shadmanova, B.O. Raxmankulova, X.X. Karimova** *Ekonometrika* Toshkent, 2020
2. **T.Sh. Shodiev, T.X. Xakimov va boshqalar** *Ekonometrika (o‘quv qo‘llanma)* Toshkent, 2005
3. **G‘. Nasritdinov** *Ekonometrika – 1* Toshkent, 2008
4. **B. Ashurov** *Ekonometrika bo‘yicha praktikum* Samarqand, 2021
5. **A. Rajabov** *Dinamik ekonometrik modellarni iqtisodiyotda qo‘llash 2025-yil*