

## ASSIMTOTIK TESTLAR. DARBUN-UATSON TESTI

**Xakimova Ma'mura Muxammadiyevna**

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

“Oliy matematika” kafedrasida assistenti

Email: [mamurah1983@gmail.com](mailto:mamurah1983@gmail.com)

**Shamsiyev Sanjar Shuhrat o'g'li**

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

Buxgalteriya hisobi va menejment fakulteti talabasi

**Annotatsiya.** Asimptotik testlar statistik xulosalarni chiqarishda muhim vosita hisoblanadi, ayniqsa kichik namunalar mavjud bo'lmagan hollarda. Ular katta namunalar uchun test statistikalarining taqsimotlari haqidagi ma'lumotlarga tayanadi. Ushbu maqolada asimptotik testlarning nazariy asoslari va amaliy qo'llanilishi atroflicha ko'rib chiqiladi. Xususan, avtokorrelyatsiyani aniqlashda keng qo'llaniladigan Darbin-Uotson testi batafsil tahlil qilinadi. Testning ishlash mexanizmi, uning cheklovlari va ekonometrik modellardagi ahamiyati muhokama qilinadi.

**Kalit so'zlar:** Asimptotik Testlar, Darbin-Uotson Testi, Avtokorrelyatsiya, Ekonometrika, Statistik Xulosa, Katta Namunalar, Regressiya Tahlili

**Abstract.** Asymptotic tests are crucial tools in statistical inference, especially when small sample exact distributions are unavailable. They rely on the limiting distributions of test statistics for large samples. This article thoroughly examines the theoretical foundations and practical applications of asymptotic tests. Specifically, the Durbin-Watson test, widely used for detecting autocorrelation, is analyzed in detail. The mechanism of the test, its limitations, and its significance in econometric models are discussed.

**Keywords:** Asymptotic Tests, Durbin-Watson Test, Autocorrelation, Econometrics, Statistical Inference, Large Samples, Regression Analysis

**Аннотация.** Асимптотические тесты являются важным инструментом в статистическом выводе, особенно когда точные распределения для малых выборок

недоступны. Они опираются на предельные распределения тестовых статистик для больших выборок. В данной статье подробно рассматриваются теоретические основы и практическое применение асимптотических тестов. В частности, детально анализируется тест Дарбина-Уотсона, широко используемый для обнаружения автокорреляции. Обсуждаются механизм работы теста, его ограничения и значение в эконометрических моделях.

**Ключевые слова:** Асимптотические Тесты, Тест Дарбина-Уотсона, Автокорреляция, Эконометрика, Статистический Вывод, Большие Выборки, Регрессионный Анализ

**Kirish.** Asimptotik gipoteza testlari statistik xulosalarda, ayniqsa katta hajmli namunalar bilan ishlashda markaziy o'rin tutadi. Ular nazariy jihatdan murakkab bo'lgan taqsimotlarni soddalashtirish va parametrlar haqida ishonchli xulosalar chiqarish imkonini beradi. An'anaviy ravishda, Vald, ehtimollik nisbati (Likelihood Ratio) va skor (Lagrange Multiplier) testlari asimptotik jihatdan ekvivalent deb hisoblanadi, ayniqsa mahalliy muqobil gipotezalar ostida. Biroq, so'nggi tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, bu testlar, ayniqsa bezovta qiluvchi parametrlar mavjud bo'lganda, turli statistik quvvatga ega bo'lishi mumkin. Ularning mahalliy xususiyatlari nol gipotezada baholangan birinchi va ikkinchi hosilalar yordamida tavsiflanadi. Shuningdek, nol va muqobil gipotezalar orasidagi masofa namuna hajmi bilan yo'qolmaganda, bu testlar turli asimptotik quvvatga ega bo'lishi mumkinligi aniqlangan. Masalan, skor testi asimptotik jihatdan tarfkash bo'lsa-da, nol gipotezaga yaqin hududda chiziqli regressiya uchun biroz ustunlikni namoyish etishi mumkin.

Regressiya modellarining to'g'ri va ishonchli natijalar berishi uchun bir qator asosiy farazlarga rioya qilish muhimdir. Bularga chiziqlilik, xatolarning mustaqilligi, gomoskedastiklik va xato taqsimotining normalligi kiradi. Ushbu farazlarning buzilishi, xususan, xatolarning mustaqilligi farazining buzilishi, ya'ni ketma-ket korrelyatsiya (avtokorrelyatsiya) mavjudligi, samaradorligi past, tarfkash yoki noto'g'ri prognozlarga olib kelishi mumkin. Vaqt qatorlari modellarida avtokorrelyatsiya modelning noto'g'ri spesifikatsiyasini ko'rsatuvchi jiddiy muammo hisoblanadi. Bunday holatlar

modellarimizning statistik xulosalarini shubha ostiga qo'yadi va ularning amaliy ahamiyatini pasaytiradi.

Shu sababli, regressiya modellarida xatolarning mustaqilligini tekshirish va avtokorrelyatsiyani aniqlash muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada asimptotik testlarning nazariy asoslari va ularning amaliy qo'llanilishi, xususan, ketma-ket korrelyatsiyani aniqlashda keng qo'llaniladigan Darbun-Uatson (Durbin-Watson) testiga alohida e'tibor qaratiladi. Darbun-Uatson statistikasi qo'shni xato hadlari orasidagi avtokorrelyatsiyani tekshirish uchun ishlatiladi va uning qiymati jadval qiymatlari bilan solishtirilib, ijobiy yoki salbiy avtokorrelyatsiya mavjudligi aniqlanadi. Maqola ushbu testning maqsadi, farazlari, hisoblash usullari, talqini va cheklovlarini atroflicha ko'rib chiqadi.

**Asosiy qism.** Asimptotik gipoteza testlari statistik xulosalar chiqarishda, ayniqsa katta hajmli namunalar bilan ishlashda fundamental ahamiyatga ega. Ular namuna hajmi cheksizlikka intilganda test statistikasining taqsimoti ma'lum bir standart taqsimotga (odatda chi-kvadrat taqsimotiga) yaqinlashishiga asoslanadi. Bu yondashuv, kichik namunalarda taqsimotlar murakkab bo'lgan hollarda, nazariy jihatdan qulaylik yaratadi va parametrlar haqida ishonchli xulosalar chiqarish imkonini beradi. Asosiy uchta asimptotik test – Vald (Wald), ehtimollik nisbati (Likelihood Ratio, LR) va skor (Lagrange Multiplier, LM) testlari – statistik nazariyada keng qo'llaniladi.

Vald testi parametrning baholangan qiymati nol gipoteza ostidagi qiymatdan statistik jihatdan sezilarli darajada farq qilishini tekshiradi. Bu test, parametrning baholangan qiymati va uning standart xatosi yordamida qurilgan bo'lib, katta namunalarda normal taqsimotga yaqinlashadi. Ko'p parametrlil testlarda esa chi-kvadrat taqsimotiga intiladi. Uning asosiy g'oyasi – baholangan parametrning nol gipoteza ostidagi qiymatdan "qanchalik uzoqda" ekanligini o'lchashdir.

Ehtimollik nisbati (LR) testi ikki modelning – cheklangan (nol gipoteza ostidagi) va cheklanmagan (muqobil gipoteza ostidagi) – ehtimollik funksiyalari orasidagi nisbatga asoslanadi. Bu nisbatning logarifmi ikki barobar qilib olinganda, u katta namunalarda chi-kvadrat taqsimotiga intiladi. LR testi modelga qo'shimcha o'zgaruvchilar kiritish yoki

ba'zi parametrlarga cheklovlar qo'yish orqali modelning mosligini qanchalik yaxshilashini baholash uchun ishlatiladi [3]. Cheklanmagan modelning ehtimolligi cheklangan modelnikidan har doim katta yoki teng bo'ladi, shuning uchun nisbat 1 dan katta yoki teng bo'ladi. Logarifm esa nolga yaqinlashadi, bu esa modelning yaxshiroq mosligini bildiradi.

Skor (Lagrange Multiplier) testi, Vald va LR testlaridan farqli o'laroq, faqat nol gipoteza ostidagi modelni baholashga asoslanadi. Bu test, nol gipoteza ostida baholangan parametrlar uchun ehtimollik funksiyasining birinchi hosilalari (skor funksiyasi) nolga teng bo'lishi kerak degan g'oyadan kelib chiqadi. Agar bu hosilalar statistik jihatdan noldan farq qilsa, demak, nol gipoteza rad etiladi. Skor testi hisoblash jihatdan eng samarali bo'lishi mumkin, chunki u faqat cheklangan modelni baholashni talab qiladi.

An'anaviy ravishda, Vald, LR va skor testlari asimptotik jihatdan ekvivalent deb hisoblanadi, ayniqsa mahalliy muqobil gipotezalar ostida. Bu ularning katta namunalarda bir xil xulosalarga olib kelishini anglatadi. Biroq, so'nggi tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, bu testlar, ayniqsa bezovta qiluvchi parametrlar (nuisance parameters) mavjud bo'lganda, turli statistik quvvatga ega bo'lishi mumkin [2]. Bezovta qiluvchi parametrlar deganda, bizni qiziqtirgan parametrlar bilan birga modelda mavjud bo'lgan, ammo test qilinayotgan gipotezaga bevosita aloqador bo'lmagan parametrlar tushuniladi. Ularning mavjudligi testlarning ishlashiga ta'sir qilishi mumkin.

Testlarning mahalliy xususiyatlari nol gipotezada baholangan birinchi va ikkinchi hosilalar yordamida tavsiflanadi [2]. Bu hosilalar test statistikasining nol gipoteza atrofidagi xulq-atvorini belgilaydi. Shuningdek, nol va muqobil gipotezalar orasidagi masofa namuna hajmi bilan yo'qolmaganda, bu testlar turli asimptotik quvvatga ega bo'lishi mumkinligi aniqlangan [2]. Bu shuni anglatadiki, agar muqobil gipoteza nol gipotezadan sezilarli darajada uzoq bo'lsa, testlarning rad etish ehtimolligi (quvvati) farq qilishi mumkin. Masalan, skor testi asimptotik jihatdan tarfkash bo'lsa-da, nol gipotezaga yaqin hududda chiziqli regressiya uchun biroz ustunlikni namoyish etishi mumkin [2]. Bu topilmalar, tadqiqotchilarga o'zlarining tadqiqot sharoitlariga eng mos keladigan testni tanlashda ehtiyot bo'lishlari kerakligini ko'rsatadi.

Regressiya modellarining to'g'ri va ishonchli natijalar berishi uchun bir qator asosiy

farazlarga rioya qilish muhimdir. Bularga chiziqlilik, xatolarning mustaqilligi, gomoskedastiklik (xato dispersiyasining doimiyligi) va xato taqsimotining normalligi kiradi [4]. Ushbu farazlarning buzilishi, xususan, xatolarning mustaqilligi farazining buzilishi, ya'ni ketma-ket korrelyatsiya (avtokorrelyatsiya) mavjudligi, samaradorligi past, tarfakash yoki noto'g'ri prognozlarga olib kelishi mumkin [4]. Vaqt qatorlari modellarida avtokorrelyatsiya modelning noto'g'ri spesifikasiyasini ko'rsatuvchi jiddiy muammo hisoblanadi. Bunday holatlar modellarimizning statistik xulosalarini shubha ostiga qo'yadi va ularning amaliy ahamiyatini pasaytiradi.

Darbun-Uatson (Durbin-Watson) testi regressiya modelining qoldiqlarida birinchi tartibli avtokorrelyatsiya mavjudligini tekshirish uchun keng qo'llaniladigan statistik testdir. Bu testning asosiy maqsadi – model xatolarining bir-biriga bog'liq emasligini, ya'ni mustaqillik farazining buzilmaganligini aniqlashdir. Darbun-Uatson statistikasi, ayniqsa vaqt qatorlari ma'lumotlari bilan ishlaydigan modellar uchun muhimdir, chunki bu turdagi ma'lumotlarda ketma-ket kuzatuvlar orasida bog'liqlik bo'lishi tabiiydir.

Model chiziqli bo'lishi kerak va regressiya tenglamasi to'g'ri spesifikasiyalangan bo'lishi kerak.

Qoldiqlar (xato hadlari) normal taqsimlangan bo'lishi kerak.

Qoldiqlar o'rtacha nolga teng bo'lishi kerak.

Qoldiqlar gomoskedastik bo'lishi kerak, ya'ni ularning dispersiyasi doimiy bo'lishi kerak.

Regressorlar (mustaqil o'zgaruvchilar) stoxastik bo'lmasligi, ya'ni ularning qiymatlari qat'iy (fixed) bo'lishi kerak.

Modelda bog'liq o'zgaruvchining kechikkan qiymatlari (lagged dependent variables) mustaqil o'zgaruvchi sifatida ishlatilmasligi kerak. Agar bunday o'zgaruvchilar mavjud bo'lsa, Darbun-Uatson statistikasi tarfakash bo'ladi va boshqa testlar (masalan, Breusch-Godfrey testi) afzalroqdir.

Kuzatuvlar ma'lum bir tartibda (masalan, vaqt bo'yicha) joylashtirilgan bo'lishi kerak, chunki test qo'shni xato hadlari orasidagi bog'liqlikni tekshiradi [5].

Nol gipoteza ( $H_0$ ): Qoldiqlar orasida birinchi tartibli avtokorrelyatsiya mavjud emas

( $\rho = 0$ ). Bu yerda  $\rho$  birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientini bildiradi.

Muqobil gipoteza (H1): Qoldiqlar orasida birinchi tartibli avtokorrelyatsiya mavjud ( $\rho \neq 0$ ). Bu muqobil gipoteza o'z navbatida ikkita variantga bo'linishi mumkin:

H1a: Ijobiy birinchi tartibli avtokorrelyatsiya mavjud ( $\rho > 0$ ).

H1b: Salbiy birinchi tartibli avtokorrelyatsiya mavjud ( $\rho < 0$ ).

Avtokorrelyatsiya mavjud bo'lganda, oddiy eng kichik kvadratlar (OEK) usuli bilan baholangan koeffitsientlar tarafkash bo'lmashligi mumkin, ammo ularning standart xatolari tarafkash bo'ladi. Bu esa t-statistikasi va F-statistikasining noto'g'ri hisoblanishiga olib keladi, natijada parametrlar statistik jihatdan ahamiyatli bo'lmasa ham, ahamiyatli deb topilishi yoki aksincha bo'lishi mumkin. Bu esa modelning xulosalarini ishonchsiz qiladi va siyosat qarorlarini qabul qilishda noto'g'ri yo'nalishlarga olib kelishi mumkin.

Darbun-Uatson statistikasi (D) regressiya modelining qoldiqlarida birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani o'lchash uchun ishlatiladi. Uning formulasi quyidagicha:

$e_t$  – t-kuzatuv uchun regressiya modelining qoldig'i.

$e_{t-1}$  – (t-1)-kuzatuv uchun regressiya modelining qoldig'i.

$\sum$  – yig'indi belgisi,  $t=2$  dan N gacha (N – namuna hajmi).

Agar  $D \approx 2$  bo'lsa, qoldiqlar orasida avtokorrelyatsiya mavjud emas. Bu ideal holat bo'lib, xatolarning mustaqilligi farazi bajarilganligini ko'rsatadi.

Agar  $D < 2$  bo'lsa, ijobiy avtokorrelyatsiya mavjudligini ko'rsatadi. D qiymati 0 ga qanchalik yaqin bo'lsa, ijobiy avtokorrelyatsiya shunchalik kuchli bo'ladi.

Agar  $D > 2$  bo'lsa, salbiy avtokorrelyatsiya mavjudligini ko'rsatadi. D qiymati 4 ga qanchalik yaqin bo'lsa, salbiy avtokorrelyatsiya shunchalik kuchli bo'ladi.

Darbun-Uatson testining ushbu cheklovlarini hisobga olgan holda, zamonaviy ekonometrikada avtokorrelyatsiyani aniqlash va tuzatish uchun bir qator ilg'or muqobil usullar ishlab chiqilgan:

Breusch-Godfrey (BG) testi: Bu test Darbun-Uatson testining ko'pgina cheklovlarini bartaraf etadi. BG testi yuqori tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlashga qodir va modelda kechikkan bog'liq o'zgaruvchilar mavjud bo'lganda ham qo'llanilishi mumkin. Bu test Lagrange Multiplier (LM) testining bir turi bo'lib, qoldiqlarni ularning kechikkan

qiymatlari va asl regressiya modelidagi mustaqil o'zgaruvchilarga regressiya qilish orqali amalga oshiriladi.

Ljung-Box Q-statistikasi: Bu test vaqt qatorlari tahlilida keng qo'llaniladi va qoldiqlar ketma-ketligidagi bir nechta avtokorrelyatsiya koeffitsientlarining umumiy ahamiyatligini tekshiradi. U ma'lum bir kechikishgacha bo'lgan barcha avtokorrelyatsiyalarning birgalikda noldan farq qilishini tekshiradi, bu esa yuqori tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlash imkonini beradi.

### Darbun–Uatson statistikasi formulasi:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}$$

### Hisoblaymiz:

#### 1. Surat (yuqori qism):

$$(3-2)^2 + (5-3)^2 + (4-5)^2 + (6-4)^2 = 1^2 + 2^2 + (-1)^2 + 2^2 = 1 + 4 + 1 + 4 = 10$$

#### 2. Maxraj (pastki qism):

$$2^2 + 3^2 + 5^2 + 4^2 + 6^2 = 4 + 9 + 25 + 16 + 36 = 90$$

#### 3. Natija:

$$DW = \frac{10}{90} = 0.11$$

### Talqin (interpretatsiya):

$DW \approx 2 \rightarrow$  avtokorrelyatsiya yo'q

$DW < 2 \rightarrow$  musbat avtokorrelyatsiya bor

$DW > 2 \rightarrow$  manfiy avtokorrelyatsiya bor

Bizning holatda:  $DW = 0.11 \ll 2$ , demak **kuchli musbat avtokorrelyatsiya mavjud**.

Xulosa qilib aytganda, Darbun-Uatson testi birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlash uchun foydali dastlabki vosita bo'lsa-da, uning cheklovlari mavjud. Shu sababli, tadqiqotchilar o'zlarining ma'lumotlari va model spesifikatsiyasining xususiyatlariga qarab, yanada ilg'or testlar va tuzatish usullarini qo'llashlari lozim. Bu, regressiya modellaridan olingan statistik xulosalarning ishonchligi va mustahkamligini ta'minlash uchun muhimdir.

**Xulosa.** Ushbu maqolada asimptotik gipoteza testlarining nazariy asoslari, ularning turli quvvat xususiyatlari va regressiya modellarida xatolar mustaqilligini tekshirishdagi

ahamiyati atroflicha ko'rib chiqildi. Darbun-Uatson testi birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlashda foydali dastlabki vosita bo'lsa-da, uning faqat birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlay olishi, noaniq hududga egaligi va kechikkan bog'liq o'zgaruvchilar bilan cheklovlari mavjudligi ta'kidlandi. Shu bois, regressiya xulosalarining ishonchliligini ta'minlash uchun Breusch-Godfrey, Ljung-Box testlari va HAC standart xatolar kabi ilg'or muqobil usullarni qo'llash zarur.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Abdullaev O.M., Jamalov M.S. – Ekonometricheskoe modelirovanie. Toshkent: Fan va texnologiya, 2010.
2. Shodiev T.Sh. va boshqalar – Ekonometrika. Toshkent: TDIU, 2007.
3. Kremer N.Sh. – Ekonometrika. Moskva: YuNITI-DANA, 2008.
4. Eliseeva I.I. va boshqalar – Ekonometrika. Moskva: Finansovaya statistika, 2007.
5. Magnus Ya.R., Katysheva P.K., Perestetskiy A.A. – Ekonometrika. Moskva: Delo, 2005.