

KLASSIK TOPOLOGIK MASALALAR: KO'PRIKLAR MASALASI VA TO'RT RANG MASALASI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi

Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika- Informatika kafedrası o'qituvchisi

saliyevasevara18@gmail.com

Mamajonova Maftuna Noibjon qizi

Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

Annotatsiya:

Ushbu maqolada topologiyaning klassik masalalari — Ko'priklar masalasi va To'rt rang masalasi o'rganiladi. Ko'priklar masalasi orqali graf nazariyasining asoslari, xususan, Euler yo'li va sikli tushunchalari tahlil qilinadi. To'rt rang masalasi esa planar graflarni bo'yash muammosi sifatida ko'rib chiqilib, uning matematik mohiyati va yechilishi bayon etiladi. Shuningdek, ushbu masalalarning zamonaviy texnologiyalar, logistika, aloqa tizimlari va kompyuter fanlaridagi amaliy qo'llanilishi yoritiladi.

Kalit so'zlar: topologiya, graf nazariyasi, Euler yo'li, Euler sikli, planar graf, xromatik son, to'rt rang teoremasi, optimallashtirish.

Аннотация:

В данной статье рассматриваются классические задачи топологии — задача о мостах и проблема четырёх красок. На основе задачи о мостах анализируются основы теории графов, в частности понятия эйлерова пути и цикла. Проблема четырёх красок изучается как задача раскраски планарных графов, раскрывается её

математическая сущность и решение. Также рассматриваются практические применения этих задач в современных технологиях, логистике и системах связи.

Ключевые слова: топология, теория графов, эйлеров путь, эйлеров цикл, планарный граф, хроматическое число, теорема о четырёх красках.

Abstract

This article examines classical problems of topology: the Bridges Problem and the Four Color Problem. The Bridges Problem is used to analyze the fundamentals of graph theory, including Eulerian paths and cycles. The Four Color Problem is studied as a graph coloring problem of planar graphs, and its mathematical essence and solution are discussed. The practical applications of these problems in modern technologies, logistics, communication systems, and computer science are also highlighted.

Keywords: topology, graph theory, Euler path, Euler cycle, planar graph, chromatic number, four color theorem, optimization.

Kirish

Topologiya matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, u geometrik shakllarning uzluksiz o‘zgarishlar ostida saqlanadigan xususiyatlarini o‘rganadi. Bu fan nafaqat nazariy jihatdan, balki real hayotdagi muammolarni hal qilishda ham muhim ahamiyatga ega. Topologiyaning eng mashhur va qiziqarli masalalaridan ikkitasi — Ko‘priklar masalasi va To‘rt rang masalasidir. Ushbu masalalar sodda shaklda ifodalansada, ular matematikaning rivojlanishida katta rol o‘ynagan.

Ko‘priklar masalasi graf nazariyasining paydo bo‘lishiga sabab bo‘lgan bo‘lsa, To‘rt rang masalasi graflarni bo‘yash nazariyasining asosini tashkil etadi. Ushbu maqolada mazkur ikki klassik masalaning mohiyati, matematik asoslari va amaliy qo‘llanilishi ko‘rib chiqiladi.

Ko‘priklar masalasi va uning matematik modeli

Ko‘priklar masalasi XVIII asrda paydo bo‘lgan bo‘lib, u shahar hududidagi barcha ko‘priklardan bir martadan o‘tib chiqish mumkinmi degan savolga asoslangan. Ushbu masala matematik Leonhard Euler tomonidan yechilgan va u graf nazariyasining asoschisi hisoblanadi.

Euler bu masalani soddalashtirib, har bir hududni tugun (vertex), ko‘priklarni esa qirra (edge) sifatida tasvirladi. Natijada oddiy graf hosil qilindi. U quyidagi muhim xulosaga keldi: agar grafda barcha tugunlar darajasi juft bo‘lsa, unda Euler sikli mavjud bo‘ladi. Agar faqat ikkita tugun toq darajaga ega bo‘lsa, Euler yo‘li mavjud bo‘ladi.

Königsberg ko‘priklari masalasida esa barcha tugunlar toq darajaga ega bo‘lganligi sababli, bunday yo‘l mavjud emasligi isbotlangan. Bu natija matematikada yangi yo‘nalish — graf nazariyasiga asos soldi.

Ko‘priklar masalasining amaliy ahamiyati

Bugungi kunda Euler yo‘li va sikli tushunchalari ko‘plab sohalarda qo‘llaniladi. Masalan:

- 1.logistika va transport tizimlarida optimal marshrutlarni tuzishda
- 2.pochta va kuryer xizmatlarida barcha manzillarga eng qisqa yo‘l bilan yetib borishda
- 3.internet va kompyuter tarmoqlarini loyihalashda
- 4.shahar infratuzilmasini rejalashtirishda

Bu masala orqali real hayotdagi ko‘plab optimallashtirish muammolarini yechish mumkinligi isbotlangan.

To‘rt rang masalasi va uning mohiyati

To‘rt rang masalasi XIX asrda paydo bo‘lgan bo‘lib, u quyidagicha ifodalanadi: har qanday xaritani to‘rt xil rang bilan shunday bo‘yash mumkinki, qo‘shni hududlar bir xil rangda bo‘lmasin.

Bu masala graf nazariyasi orqali tushuntiriladi. Xaritada har bir hudud tugun sifatida olinadi, qo'shni hududlar esa qirra bilan bog'lanadi. Natijada planar graf hosil bo'ladi. Masalaning asosiy g'oyasi shundaki, har qanday planar grafning xromatik soni 4 dan oshmaydi. Bu esa to'rt rang yetarli ekanligini bildiradi.

Masalaning yechilishi:

To'rt rang masalasi uzoq vaqt davomida yechilmay kelgan va matematikaning eng mashhur muammolaridan biri bo'lgan. Faqat 1976 yilda matematiklar Appel va Haken ushbu masalani kompyuter yordamida isbotlashga muvaffaq bo'lishgan.

Bu matematika tarixidagi birinchi yirik kompyuter yordamida amalga oshirilgan isbot bo'lib, u ilmiy jamiyatda katta muhokamalarga sabab bo'lgan. Keyinchalik bu isbot takomillashtirilib, to'liq tasdiqlangan.

Xulosa

Ko'priklar masalasi va To'rt rang masalasi matematikaning rivojlanishida muhim o'rin egallaydi. Birinchi masala graf nazariyasining paydo bo'lishiga sabab bo'lgan bo'lsa, ikkinchisi graflarni bo'yash nazariyasining rivojlanishiga turtki berdi.

Ushbu masalalar orqali matematik tushunchalar real hayot muammolarini yechishda qanday qo'llanishi mumkinligi yaqqol ko'rinadi. Bugungi kunda ham bu masalalar ilm-fan va texnologiyaning turli sohalarida keng qo'llanilib kelinmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. To'raev X., Raximov A. "Topologiya asoslari". Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2018. – URL: ziyonet.uz
2. Abdug'aniyev A. "Algebraik topologiyaga kirish". Toshkent: Fan va texnologiya, 2020. – URL: arxiv.uz
3. Karimov B. "Matematik analiz va topologiya elementlari". Toshkent: O'qituvchi, 2016. – URL: library.ziyonet.uz

4.Rasulov M. “Oliy matematika (topologiya bo‘limi)”. Toshkent: Tafakkur, 2015. – URL: kitobxon.com

5.Isломov Sh. “Zamonaviy matematika asoslari”. Toshkent: Universitet, 2019. – URL: google.com