DIFFERENSIAL TOPOLOGIYA ASOSLARI TALQINI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi

Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika-Informatika kafedrasi o'qituvchisi

saliyevasevara18@gmail.com

Ro'zimuhammedova Muqaddasxon Xusan qizi

Andijon davlat pedagogika insituti

Matematika yo'nalishi talabasi

Annotatsiya:

Ushbu maqolada differensial topologiyaning nazariy asoslari va uning zamonaviy matematika tizimidagi o'rni tahlil qilinadi. Xususan, silliq ko'pxilliklar, ularning lokal va global xossalari, tangensial fazo tushunchasi hamda silliq akslantirishlarning asosiy xususiyatlari ilmiy jihatdan yoritilgan. Shuningdek, maqolada differensial topologiyaning boshqa matematik fanlar bilan uzviy bog'liqligi, jumladan differensial geometriya, matematik analiz va dinamik sistemalar nazariyasi bilan aloqasi ko'rsatib berilgan. Tadqiqot jarayonida nazariy tahlil usullaridan foydalanilib, differensial topologiyaning muhim tushunchalari tizimli ravishda umumlashtirilgan.Mazkur ish differensial topologiya fanining asosiy kategoriyalari va metodlarini o'rganishda nazariy manba sifatida xizmat qiladi hamda talabalarning matematik tafakkurini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: Differensial topologiya, silliq ko'pxillik, tangensial fazo, silliq akslantirish, vektor maydon, diffeomorfizm, kritik nuqta, regular qiymat, transversallik, ko'pxilliklar nazariyasi

Абстракт:

В данной статье рассматриваются теоретические основы дифференциальной топологии и её место в современной системе математических наук. Особое внимание уделяется изучению гладких многообразий, их локальных и глобальных свойств, касательных пространств, а также свойств гладких ото.Кроме того, в работе показана взаимосвязь дифференциальной топологии с другими разделами математики, такими как дифференциальная геометрия, математический анализ и теория динамических систем. В ходе исследования использовались методы теоретического анализа и обобщения научных источников. Полученные результаты могут быть использованы в качестве теоретической основы при изучении дифференциальной топологии и смежных дисциплин, а также способствуют развитию математического мышления студентов.

Ключевые слова: дифференциальная топология, гладкое многообразие, касательное пространство, гладкое отображение, векторное поле, диффеоморфизм, критическая точка, регулярное значение, трансверсальность

Abstract:

This article examines the theoretical foundations of differential topology and its role in the modern system of mathematical sciences. Particular attention is given to the study of smooth manifolds, their local and global properties, tangent spaces, and the main characteristics of smooth mappings. Furthermore, the paper highlights the relationship between differential topology and other branches of mathematics, including differential geometry, mathematical analysis, and dynamical systems theory. The study is based on theoretical analysis and generalization of scientific sources.The results of this research can serve as a theoretical foundation for studying differential topology and related disciplines, as well as contribute to the development of mathematical thinking.

Keywords: Differential topology, smooth manifold, tangent space, smooth mapping, vector field, diffeomorphism, critical point, regular value, transversality.

Zamonaviy matematika fanida fazolarni, ularning tuzilishini hamda o‘zaro bog‘lanishlarini o‘rganishga alohida e’tibor qaratiladi. Ayniqsa, uzluksizlik va silliqlik xossalarini birgalikda o‘rganish imkonini beruvchi yo‘nalishlar ilmiy jihatdan katta ahamiyat kasb etadi. Shunday muhim yo‘nalishlardan biri differensial topologiya hisoblanadi.Differensial topologiya topologiya va differensial geometriya fanlari tutashgan nuqtada shakllangan bo‘lib, u silliq ko‘pxilliklar va ular orasidagi differensiallanuvchi akslantirishlarni o‘rganadi. Ushbu fan yordamida murakkab geometrik obyektlarni lokal koordinatalar orqali tahlil qilish va ularning global xossalarini aniqlash mumkin.

Hozirgi kunda differensial topologiya nafaqat nazariy matematika, balki fizika, mexanika, dinamik sistemalar nazariyasi, matematik modellashtirish va hatto kompyuter grafikasi sohalarida ham keng qo‘llanilmoqda. Shu sababli ushbu yo‘nalishni o‘rganish zamonaviy matematik bilimlarning ajralmas qismi hisoblanadi.Mazkur maqolaning asosiy maqsadi differensial topologiyaning nazariy asoslarini yoritish, uning asosiy tushunchalari – silliq ko‘pxilliklar, tangensial fazo, vektor maydonlar hamda silliq akslantirishlarni tahlil qilishdan iborat.

1. Differensial topologiyaning umumiy tavsifi

Differensial topologiya matematikaning chuqur nazariy bo‘limi bo‘lib, u silliq strukturalarga ega bo‘lgan fazolarni o‘rganadi. Oddiy topologiya fazolarning uzluksiz deformatsiyalar ostida saqlanib qoladigan xossalarini tekshirsa, differensial topologiya bu fazolarning differensiallanuvchi tuzilishini ham hisobga oladi.Bu fan doirasida asosiy o‘rganiladigan obyektlar silliq ko‘pxilliklardir. Ko‘pxillik deganda har bir nuqtasi atrofida Evklid fazosining biror ochiq qismiga o‘xshash bo‘lgan fazo tushuniladi. Agar bunday o‘xshashliklar differensiallanuvchi bo‘lsa, u holda silliq ko‘pxillik hosil bo‘ladi.Differensial topologiyaning muhim jihati shundaki, u lokal va global xossalarni birgalikda o‘rganadi. Har bir ko‘pxillik lokal jihatdan oddiy bo‘lishiga qaramay, global jihatdan murakkab tuzilishga ega bo‘lishi mumkin. Shu sababli differensial topologiya aynan lokal silliqlik va global murakkablik o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rganadi.Bundan tashqari, differensial topologiyada akslantirishlar alohida o‘rin tutadi. Ko‘pxilliklar orasidagi akslantirishlar yordamida ularning ichki tuzilishi va o‘zaro aloqalari o‘rganiladi. Ayniqsa, diffeomorfizm tushunchasi muhim bo‘lib, u ikki ko‘pxillikning differensial jihatdan bir xil ekanligini bildiradi.

2. Silliq ko‘pxilliklar nazariyasi

Silliq ko‘pxilliklar differensial topologiyaning markaziy tushunchasi hisoblanadi. Ular lokal jihatdan Evklid fazosiga o‘xshash bo‘lib, global jihatdan murakkab geometrik obyektlarni ifodalaydi.Masalan, sfera yoki tor kabi obyektlar lokal jihatdan tekislikka o‘xshash bo‘lsa-da, global xossalari butunlay boshqacha. Bu esa differensial topologiyaning asosiy g‘oyasini – lokal va global xossalar o‘rtasidagi farqni yaqqol ko‘rsatadi.Silliq ko‘pxilliklarni tavsiflashda atlas tushunchasi qo‘llaniladi. Atlas – bu ko‘pxillikni qoplaydigan koordinatalar tizimlari majmuasi bo‘lib, ular orasidagi o‘tish akslantirishlari silliq bo‘lishi talab etiladi.Ko‘pxilliklarning muhim xossalaridan biri ularning tangensial fazolari mavjudligidir. Har bir nuqtada ko‘pxillikka urinma bo‘lgan yo‘nalishlar majmuasi tangensial fazoni tashkil etadi. Bu fazo ko‘pxillikning lokal chiziqli modeli sifatida qaraladi.Tangensial fazolar asosida vektor maydonlar aniqlanadi. Vektor maydoni ko‘pxillikning har bir nuqtasiga ma’lum bir yo‘nalish mos qo‘yadi. Bu tushuncha mexanika va dinamik sistemalarda juda muhim rol o‘ynaydi.Silliq ko‘pxilliklarning yana bir muhim xossasi ularning orientirlanuvchanligi, kompaktligi va topologik invariantlarga ega bo‘lishidir. Bu invariantlar ko‘pxilliklarning global xossalarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega.

3. Silliq akslantirishlar va ularning xossalari

Differensial topologiyada silliq akslantirishlar alohida o‘rin egallaydi. Ular bir ko‘pxillikdan ikkinchisiga silliq o‘tishni ifodalaydi va differensial strukturalar o‘rtasidagi bog‘lanishni ko‘rsatadi.Akslantirishning silliqligi uning lokal koordinatalarda differensiallanuvchi bo‘lishi bilan aniqlanadi. Bu esa klassik differensial analiz usullarini ko‘pxilliklarga tatbiq etish imkonini beradi.Silliq akslantirishlarning asosiy vositasi differensial hisoblanadi. Differensial akslantirishning nuqtadagi lokal xatti-harakatini ifodalaydi va chiziqli akslantirish sifatida qaraladi.Silliq akslantirishlarda kritik va regular nuqtalar tushunchalari muhim ahamiyatga ega. Kritik nuqtalarda akslantirishning differensiali maksimal rangga ega boʻlmaydi, bu esa koʻpxillikning tuzilishi haqida muhim ma’lumot beradi.Bundan tashqari, immersion va submersion tushunchalari ham muhim hisoblanadi. Immersion akslantirishda differensial injektiv boʻlsa, submersionda esa suryektiv boʻladi.

Silliq akslantirishlarning eng muhim turi diffeomorfizm boʻlib, u ikki koʻpxillikning differensial jihatdan toʻliq ekvivalent ekanligini bildiradi. Bu tushuncha differensial topologiyada tasniflashning asosiy vositalaridan biri hisoblanadi.

4. Differensial topologiyaning ahamiyati

Differensial topologiya zamonaviy ilm-fanning turli sohalarida keng qoʻllaniladi. Fizikada u fazo-vaqt modellari va maydonlar nazariyasini oʻrganishda muhim rol oʻynaydi.Mexanikada esa harakat tenglamalari va holat fazolari koʻpincha koʻpxilliklar orqali ifodalanadi. Dinamik sistemalar nazariyasida vektor maydonlar va ularning integral chiziqlari asosiy tushunchalar hisoblanadi.Bundan tashqari, differensial topologiya kompyuter grafikasi, robototexnika va optimallashtirish masalalarida ham qoʻllaniladi. Shu sababli ushbu fan nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, differensial topologiya zamonaviy matematikaning muhim va chuqur yoʻnalishlaridan biri hisoblanadi. U silliq koʻpxilliklar va ular orasidagi akslantirishlarni oʻrganish orqali fazolarning lokal va global xossalarini aniqlash imkonini beradi.Maqolada differensial topologiyaning asosiy tushunchalari – silliq koʻpxilliklar, tangensial fazo, vektor maydonlar va silliq akslantirishlar tahlil qilindi. Ushbu tushunchalar matematikaning koʻplab sohalari bilan uzviy bogʻliq boʻlib, ilmiy tadqiqotlarda keng qoʻllaniladi.Shu sababli differensial topologiyani oʻrganish matematik tafakkurni rivojlantirishda va murakkab ilmiy masalalarni hal etishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Narmanov A.Ya. Differensial geometriya, Toshkent, 2010

2. Narmanov A.Ya. Differensial geometriya va topologiya, Toshkent, 2018

3. Sobirov M.A., Yusupov A.Y. Differensial geometriya kursi

4. Jo‘rayev F. Topologiyaga kirish, 2012

5. Milnor J. Topology from the Differentiable Viewpoint

6. Lee J.M. Introduction to Smooth Manifolds

7. Hirsch M. Differential Topology