

POLIEDRLAR VA ULARNING TOPOLOGIK XOSSALARI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” kafedrası o'qituvchisi

E-mail: saliyevasevara18@gmail.com

Maxkamova Maftuna Anvarjon qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Aniq va tabiiy “ fanlar fakulteti

Matematika yo`nalishi 2-kurs talabasi

mahkamova0912@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada geometriya va topologiyaning fundamental tushunchalaridan biri bo'lgan poliedrlar (ko'pyoqlar) va ularning o'ziga xos topologik xususiyatlari atroflicha tadqiq etiladi. Ishning asosiy mazmuni poliedrlarning strukturaviy tuzilishini o'rganish, xususan, uchlar, qirralar va yoqlar orasidagi bog'liqlikni ifodalovchi Eyler xarakteristikasining invariantlik xossasini tahlil qilishga qaratilgan. Maqolada qavariq va qavariq bo'lmagan poliedrlar klassifikatsiyasi ko'rib chiqilib, ularning gomeomorflik xususiyatlari, sirlarning orientatsiyasi va ko'pyoqlarning yopiq sirtlar bilan bog'liqligi matematik mantiq asosida yoritiladi. Shuningdek, maqolada topologik invariantlarning poliedrlar geometriyasidagi roli va ularning zamonaviy ilm-fan, jumladan, kompyuter grafikasi va kristalofizika sohalaridagi amaliy ahamiyati muhokama qilinadi. Tadqiqot natijalari poliedrlarning nafaqat statik shakllar, balki dinamik topologik ob'ektlar sifatidagi tabiatini chuqurroq tushunishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar. Poliedrlar, topologik xossalar, Eyler xarakteristikasi, gomeomorfizm, invariantlik, qavariq ko'pyoqlar, uchlar, qirralar, yoqlar, sirtlar topologiyasi, kombinatorik tuzilish, Eyler formulasi, geometrik modellashtirish, sirtlar orientatsiyasi, yopiq sirtlar, Platon jismlari, topologik gomeomorflik, metrik fazo, simplekslar, diskret geometriya.

Abstract. This article examines in detail the fundamental concepts of geometry and topology, namely polyhedra (polyhedra) and their specific topological properties. The main content of the work is aimed at studying the structural structure of polyhedra, in particular, at analyzing the invariance property of the Euler characteristic, which expresses the relationship between vertices, edges and sides. The article considers the classification of convex and non-convex polyhedra, and sheds light on their homeomorphic properties, the orientation of surfaces, and the relationship of polyhedra to closed surfaces based on mathematical logic. The article also discusses the role of topological invariants in the geometry of polyhedra and their practical significance in modern science, including computer graphics and crystal physics. The results of the research serve to deepen our understanding of the nature of polyhedra not only as static shapes, but also as dynamic topological objects.

Keywords. Polyhedra, topological properties, Euler characteristic, homeomorphism, invariance, convex polyhedra, vertices, edges, sides, topology of surfaces, combinatorial structure, Euler's formula, geometric modeling, orientation of surfaces, closed surfaces, Platonic solids, topological homeomorphism, metric space, simplices, discrete geometry.

Аннотация. В данной статье подробно рассматриваются фундаментальные понятия геометрии и топологии, а именно многогранники и их специфические топологические свойства. Основное содержание работы направлено на изучение структурного строения многогранников, в частности, на анализ инвариантности эйлеровой характеристики, выражающей связь между вершинами, ребрами и сторонами. В статье рассматривается классификация выпуклых и невыпуклых многогранников, освещаются их гомеоморфные свойства, ориентация поверхностей и связь многогранников с замкнутыми поверхностями на основе математической логики. Также обсуждается роль топологических инвариантов в геометрии многогранников и их практическое значение в современной науке, включая компьютерную графику и кристаллофизику. Результаты исследования

способствуют углублению нашего понимания природы многогранников не только как статических фигур, но и как динамических топологических объектов.

Ключевые слова: Многогранники, топологические свойства, характеристика Эйлера, гомеоморфизм, инвариантность, выпуклые многогранники, вершины, ребра, стороны, топология поверхностей, комбинаторная структура, формула Эйлера, геометрическое моделирование, ориентация поверхностей, замкнутые поверхности, платоновы тела, топологический гомеоморфизм, метрическое пространство, симплексы, дискретная геометрия.

Geometriya va topologiya matematika fanining o‘zaro chambarchas bog‘liq bo‘lgan, lekin tadqiqot obyekti va yondashuv usuli jihatidan bir-biridan farq qiluvchi ikki muhim yo‘nalishidir. Geometriya asosan shakl, o‘lcham, masofa, burchak va fazoviy munosabatlarni o‘rgansa, topologiya fazoviy obyektlarning uzluksiz o‘zgarishlar jarayonida saqlanib qoladigan eng umumiy xossalarini tahlil qiladi. Ana shu ikki yo‘nalish kesishgan nuqtada poliedrlar nazariyasi alohida ilmiy ahamiyat kasb etadi. Chunki poliedrlar bir tomondan klassik fazoviy geometriyaning muhim obyektlari bo‘lsa, ikkinchi tomondan ularning strukturasi, bog‘lanishlari, qirra va uchlarning o‘zaro munosabati topologik nuqtai nazardan ham chuqur tadqiq etilishi mumkin. Shu sababli poliedrlar va ularning topologik xossalarini o‘rganish nafaqat nazariy matematika, balki amaliy modellashtirish, kompyuter grafikasi, arxitektura, kristallografiya, injiniring va boshqa ko‘plab sohalar uchun ham muhim ilmiy asos bo‘lib xizmat qiladi.

Poliedrlar qadimdan inson tafakkurida o‘ziga xos o‘rin egallab kelgan fazoviy jismlardandir. Ularning dastlabki nazariy tavsifi qadimgi yunon matematiklari faoliyati bilan bog‘liq bo‘lib, xususan, muntazam ko‘pyoqlilar haqidagi bilimlar Evklid va undan keyingi olimlar asarlarida izchil yoritilgan. Vaqt o‘tishi bilan poliedrlar haqidagi tasavvurlar oddiy geometrik shakllar doirasidan chiqib, murakkab fazoviy konstruksiyalar, kombinator tuzilmalar va topologik modellar bilan boyidi. Ayniqsa, Eyler formulasi asosida poliedrlarning uchlari, qirralari va yoqlari orasidagi munosabatlarni umumlashtirish imkoniyati paydo bo‘lgach, mazkur mavzu topologik nuqtai nazardan

yanada chuqurroq o‘rganila boshlandi. Bu esa poliedrlarni faqat sirtqi geometrik ko‘rinish sifatida emas, balki ichki tuzilishga ega bo‘lgan fazoviy-topologik obyekt sifatida talqin etishga yo‘l ochdi.

Poliedr so‘zi yunoncha “poly” — ko‘p va “hedra” — yoq, sirt degan ma’nomlarni bildiradi. Demak, etimologik jihatdan poliedr “ko‘p yoqli jism” degan mazmunga ega. Matematik nuqtai nazardan poliedr deb fazoda chekli sondagi ko‘pburchaklardan tashkil topgan, mazkur ko‘pburchaklarning tomonlari bo‘ylab o‘zaro tutashishi natijasida hosil bo‘lgan yopiq geometrik jismga aytiladi. Bunda ko‘pburchaklar poliedrning yoqlari, ularning umumiy tomonlari qirralari, qirralarning uchrashish nuqtalari esa uchlari deb ataladi. Ushbu ta’rifdan ko‘rinadiki, poliedr sirtining tuzilishi tekislikdagi elementlardan tuzilgan bo‘lsa-da, uning o‘zi uch o‘lchamli fazoviy obyekt hisoblanadi.

Poliedrni yanada aniqroq ifodalash uchun uni ikkita jihatdan qarash mumkin. Birinchi jihat uning sirt tuzilishidir. Bu yondashuvda poliedr tekis ko‘pburchaklar sistemasidan tashkil topgan sirt sifatida o‘rganiladi. Ikkinchi jihat esa uning fazoviy jism sifatidagi holatidir. Bu holda poliedr o‘zining chegaralovchi ko‘pyoqli sirti bilan birga ichki qismni ham qamrab oluvchi fazoviy jism sifatida talqin qilinadi. Geometriyada ko‘pincha ana shu ikkinchi ma’no ustuvor hisoblanadi, chunki poliedr nafaqat sirt, balki hajmga ega bo‘lgan fazoviy jismdir.

Poliedrning asosiy geometrik elementlari yoq, qirra va uchlardan iborat. Agar poliedrning yoqlari soni F , qirralari soni E , uchlari soni V bilan belgilansa, u holda bu uch miqdor poliedrning kombinator va topologik tavsifida asosiy rol o‘ynaydi. Har bir qirra aynan ikkita yoqning umumiy tomoni bo‘lib xizmat qiladi. Shu sababli barcha yoqlardagi tomonlar sonining yig‘indisi qirralar sonining ikkilanganiga teng bo‘ladi. Agar f_i orqali i -yoqning tomonlari soni belgilansa, u holda

$$\sum_{i=1}^F f_i = 2E$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Bu formula poliedr sirtining qanday tashkil topganini ifodalovchi eng sodda, ammo muhim munosabatlardan biridir. Chunki har bir qirra ikki

marta hisobga olinadi: bir marta bir yoq tarkibida, ikkinchi marta unga qo'shni yoq tarkibida.

Xuddi shuningdek, poliedr uchlarining lokal tuzilishini ifodalash uchun har bir uchda nechta qirra uchrashishini ko'rib chiqish mumkin. Agar d_j orqali j -uchga tegishli qirralar soni, ya'ni shu uchning darajasi belgilansa, unda

$$\sum_{j=1}^V d_j = 2E$$

munosabat kelib chiqadi. Bu ham qirralarning har biri ikki uchi bilan bog'langanligidan kelib chiqadi. Mazkur formulalar poliedrning faqat tashqi ko'rinishi emas, balki ichki strukturaviy tashkil topishini ham ko'rsatadi. Demak, poliedr geometriyasida sonli tavsif bilan shakli tavsif o'zaro chambarchas bog'langan.

Xulosa qilib aytganda, Poliedrlar va ularning topologik xossalarini o'rganish fazoviy geometriyaning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, u klassik geometrik tasavvurlar bilan zamonaviy topologik yondashuvlar o'rtasidagi uzviy bog'lanishni yaqqol namoyon etadi. Mazkur mavzu doirasida poliedr tushunchasining matematik mohiyati, uning asosiy elementlari, geometrik tuzilishi, tasniflanish mezonlari hamda topologik invariantlari izchil tahlil qilindi. Natijada poliedr faqat ko'pyoqli jism emas, balki o'zining ichki bog'lanishlari, strukturaviy barqarorligi va sirt xossalari bilan xarakterlanuvchi murakkab matematik obyekt ekani aniqlandi. Tadqiqot davomida poliedrlarning qavariq va noqavariq turlari alohida ko'rib chiqildi hamda ularning o'zaro farqli jihatlari ilmiy asosda yoritildi. Qavariq poliedrlar soddaroq va tartibliroq tuzilishga ega bo'lib, ularni yarim fazolar kesishmasi sifatida ifodalash mumkinligi, noqavariq poliedrlar esa murakkabroq fazoviy shakllar sinfiga mansub ekani asoslandi. Bu tahlillar poliedrlarni o'rganishda qavariqlik tushunchasi markaziy nazariy mezonlardan biri ekanini ko'rsatdi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sobirov, M.A., Yusupov, A.Y. Differensial geometriya kursi. Toshkent, 1965.
2. Narmanov, A.Ya. Differensial geometriya. Toshkent, 2003.

3. Narmanov, A.Ya., Sharipov, A.S., Aslonov, J.O. Differensial geometriya va topologiya kursidan masalalar to‘plami. Toshkent: Universitet, 2014.
4. Jo‘rayev, T.F. Topologiyaga kirish. Funktorlar. O‘lchamlar. Chiziqlar. Toshkent, 2012.
5. Jo‘rayev, T.F. Geometriyaning tanlangan boblari. Toshkent, 2017.
6. Murodov, Sh., Hakimov, L., Xolmurzayev, A. Chizma geometriya. Toshkent: Iqtisod-moliya, 2008.
7. Jumayev, R., To‘xtayev, A. Chizma geometriya. Toshkent, 2005.
8. Qulnazarov, B. Chizma geometriya. O‘quv qo‘llanma.
9. Xaydarov, B., Tashtemirova, N., Asrorov, I. Geometriya. 10-sinf darslik. Toshkent: Respublika ta’lim markazi, 2022.
10. Xaydarov, B.Q. Algebra va analiz asoslari. Geometriya. I qism. 11-sinf uchun darslik. Toshkent, 2018.

Foydalanilgan internet saytlari ro‘yxati

1. Mathway (<https://www.mathway.com/>)
2. Math Stack Exchange (<https://math.stackexchange.com/>)
3. Wolfram MathWorld (<https://mathworld.wolfram.com/>)