

BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR TATBIQLARI.

Toshkent viloyati Bekobod shahar 1-son texnikumi

matematika fani o'qituvchisi

Turg'unova Gulnora Xusanboyevna

Annotatsiya: Mazkur maqolada birinchi tartibli differensial tenglamalarning nazariy asoslari, ularni yechish usullari hamda amaliy tatbiqlari yoritilgan. Differensial tenglamalar matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, tabiiy fanlar, texnika, iqtisodiyot va boshqa sohalarda yuz beradigan jarayonlarni matematik modellashtirishda keng qo'llaniladi. Maqolada ajraluvchi o'zgaruvchili differensial tenglamalar, ularning yechimlari va real hayotdagi qo'llanilishiga oid misollar keltirilgan. Shuningdek, differensial tenglamalarning ilmiy-texnik taraqqiyotdagi ahamiyati va zamonaviy fan rivojida o'rni tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, hosila, birinchi tartibli tenglama, matematik modellashtirish, ajraluvchi o'zgaruvchilar, eksponensial o'sish, eksponensial kamayish, amaliy masalalar, matematika, yechim.

Matematika fanining rivojlanishida differensial tenglamalar alohida o'rin tutadi. Tabiatda va jamiyatda sodir bo'ladigan ko'plab jarayonlar vaqt o'tishi bilan o'zgarib boradi. Bunday jarayonlarni o'rganish va ularning kelajakdagi holatini oldindan aniqlash uchun matematik modellar yaratiladi. Ushbu modellar ko'pincha differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi. Differensial tenglamalar fizikadagi harakat qonunlari, biologiyadagi populyatsiya o'sishi, kimyodagi reaksiyalar tezligi, iqtisodiyotdagi investitsiyalar va boshqa ko'plab jarayonlarni tavsiflash imkonini beradi. Birinchi tartibli differensial tenglamalar differensial tenglamalarning eng sodda va eng ko'p uchraydigan turlaridan biri hisoblanadi. Ular birinchi tartibli hosilani o'z ichiga oladi va ko'plab amaliy masalalarni yechishda qo'llaniladi. Shu sababli mazkur mavzuni chuqur o'rganish matematik bilimlarni amaliyot bilan bog'lashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Birinch tartibli differensial tenglama umumiy holda quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\frac{dy}{dx}=f(x,y)$$

Bu yerda – erkli o‘zgaruvchi, esa noma’lum funksiya hisoblanadi. Tenglamaning yechimi esa ushbu tenglamani qanoatlantiruvchi funksiyadan iborat bo‘ladi.

Eng ko‘p uchraydigan birinchi tartibli differensial tenglamalardan biri ajraluvchi o‘zgaruvchili tenglamalardir. Ular quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\frac{dy}{dx}=g(x)\cdot h(y)$$

Bunday tenglamalarda o‘zgaruvchilarni ajratish mumkin:

$$\frac{dy}{h(y)}=g(x)dx$$

So‘ngra ikkala tomon integrallanadi va umumiy yechim topiladi. Ushbu usul o‘zining soddaligi va qulayligi bilan amaliy masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi.

Differensial tenglamalarning muhim tatbiqlaridan biri aholi sonining o‘shishini modellashtirishdir. Agar populyatsiyaning o‘shish tezligi uning mavjud soniga proporsional bo‘lsa, quyidagi tenglama hosil bo‘ladi:

$$\frac{dN}{dt}=kN$$

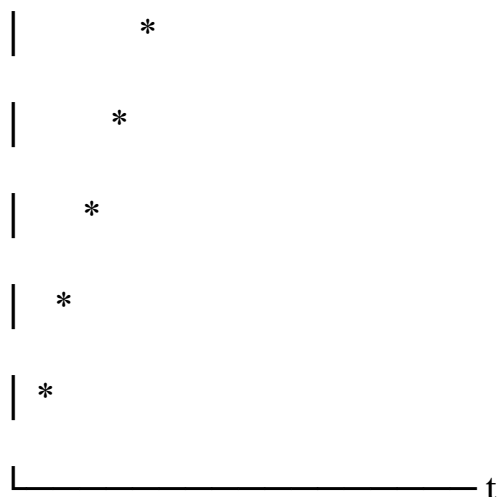
Bu yerda – aholi soni, – o‘shish koeffitsiyenti. Tenglama yechilganda:

$$N=N_0e^{kt}$$

formula hosil bo‘ladi. Ushbu model biologiya, ekologiya va demografik tadqiqotlarda keng qo‘llaniladi.

1-rasm. Eksponensial o‘shish grafigi

N
|



Birinchi tartibli differensial tenglamalarning yana bir muhim qo‘llanilishi radioaktiv yemirilish jarayonlarini tavsiflashda namoyon bo‘ladi. Radioaktiv modda miqdorining kamayish tezligi uning mavjud massasiga proporsional bo‘ladi:

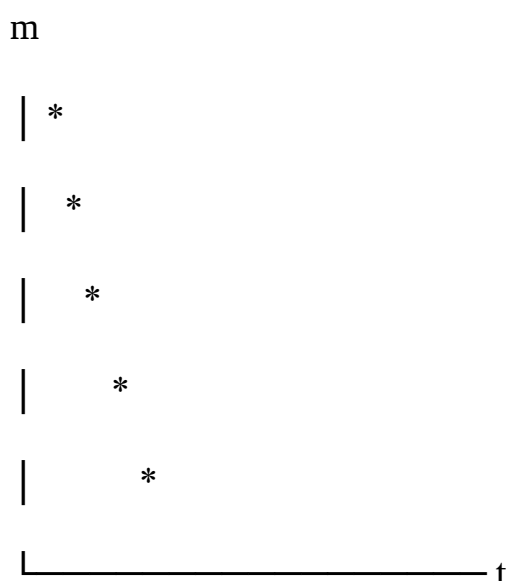
$$\frac{dm}{dt} = -km$$

Tenglamaning yechimi:

$$m = m_0 e^{-kt}$$

ko‘rinishda bo‘lib, moddaning vaqt davomida eksponensial ravishda kamayishini ifodalaydi.

2-rasm. Eksponensial kamayish grafigi



Fizikada jismlarning sovishi ham birinchi tartibli differensial tenglamalar yordamida tavsiflanadi. Nyutonning sovish qonuniga ko'ra, jism haroratining o'zgarish tezligi uning harorati bilan atrof-muhit harorati orasidagi farqqa proporsional bo'ladi:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m)$$

Bu tenglama issiqlik almashinuvi jarayonlarini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega.

Iqtisodiyot sohasida differensial tenglamalar kapitalning o'sishi, investitsiyalar samaradorligi va bozor jarayonlarini modellashtirishda qo'llaniladi. Masalan, bank omonatidagi mablag'ning uzluksiz foiz asosida o'sishi ham eksponensial qonuniyatlarga bo'ysunadi. Bu esa moliyaviy rejalashtirish va iqtisodiy prognozlashda muhim vosita hisoblanadi. Texnika va muhandislikda elektr zanjirlaridagi tok va kuchlanish o'zgarishlari ham differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. Elektron qurilmalarni loyihalash, avtomatik boshqaruv tizimlarini yaratish va texnologik jarayonlarni optimallashtirishda birinchi tartibli differensial tenglamalarning ahamiyati nihoyatda katta. Zamonaviy axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va mashinali o'qitish algoritmalarining ayrim matematik modellari ham differensial tenglamalarga asoslanadi. Bu esa ushbu mavzuning nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham dolzarbligini ko'rsatadi.

Xulosa

Birinchi tartibli differensial tenglamalar matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, turli fan va texnika sohalarida keng qo'llaniladi. Ular yordamida tabiiy, texnik, iqtisodiy va ijtimoiy jarayonlarni modellashtirish hamda tahlil qilish mumkin. Aholi sonining o'sishi, radioaktiv yemirilish, jismlarning sovishi, moliyaviy jarayonlar va elektr zanjirlaridagi hodisalar birinchi tartibli differensial tenglamalarning amaliy tatbiqlariga yaqqol misol bo'la oladi. Shu sababli ushbu mavzuni o'rganish talabalarning matematik tafakkurini rivojlantirish, nazariy bilimlarni amaliyot bilan bog'lash va ilmiy dunyoqarashini kengaytirishda muhim ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Xurramov Sh., Ismoilov A. Differensial tenglamalar kursi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2021.
2. Tursunov T. Oliy matematika. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2020.
3. Boymurodov B. Matematik analiz va differensial tenglamalar. – Toshkent, 2019.
4. Zill D.G. A First Course in Differential Equations. – Cengage Learning, 2018.
5. Simmons G.F. Differential Equations with Applications and Historical Notes. – CRC Press, 2017.
6. Bronson R. Differential Equations. – McGraw-Hill Education, 2016.