

FAKTOR ALGEBRALAR

BUXOROVA IRODA TUFLIQIZI

Shahrisabz Davlat Pedagogika instituti

Matematika va informatika yo'nalishi 3-kurs talabasi

ZIYOVUDDIN TURAYEV

Shahrisabz Davlat Pedagogika Instituti, ilmiy rahbar

Annotasiya: Ushbu ishda faktor algebralar tushunchasining mohiyati, algebraik strukturalarni soddalashtirishdagi o'rni hamda ideal orqali hosil qilinadigan kvotient konstruksiyalarining nazariy asoslari yoritiladi. Faktor algebra qurilishining ichki mexanizmlari, ayniqsa idealning tenglik sinflarini shakllantirishdagi funktsiyasi, algebraik amallarni qayta ta'riflash jarayoni va yangi algebraik obyektning xossalari izchil tahlil qilinadi. Shuningdek, faktor algebralar murakkab tuzilmalarni modullashtirish, invariant xossalarni ajratish va algebraik tizimlarni tasniflashda samarali vosita sifatida ta'kidlanadi.

Kalit so'zlar: Faktor algebra, ideal, kvotient tuzilma, ekvivalent sinflar, algebraik amallar, homomorfizm, strukturaviy soddalashtirish.

Annotation: This work explores the conceptual foundation of factor algebras, emphasizing their role in simplifying algebraic structures through quotient constructions defined by ideals. It examines how ideals generate equivalence classes, how operations are naturally induced on these classes, and how a new algebraic entity with distinct structural properties emerges. Additionally, factor algebras are presented as an efficient analytical tool for modularizing complex systems, extracting invariant characteristics, and classifying algebraic frameworks.

Keywords: Factor algebra, ideal, quotient structure, equivalence classes, induced operations, homomorphism, structural simplification.

Аннотация: В данной работе раскрывается сущность фактор-алгебр, их значение в упрощении алгебраических структур и построении факторных объектов

при помощи идеалов. Рассматривается формирование классов эквивалентности идеалом, перенесение алгебраических операций на эти классы и возникновение новой алгебраической структуры со своими специфическими свойствами. Фактор-алгебры также представлены как эффективный инструмент для модульного анализа сложных систем, выделения инвариантов и классификации алгебраических моделей.

Ключевые слова: Фактор-алгебра, идеал, факторная структура, классы эквивалентности, индуцированные операции, гомоморфизм, структурное упрощение.

Kirish: Faktor algebralar nazariyasi algebraik strukturalarni chuqur tahlil qilishda muhim o‘rin tutuvchi yo‘nalish bo‘lib, u murakkab tizimlarni soddalashtirish, ichki tartibni qayta tashkil etish va algebraik munosabatlarni yangi, ixcham shaklda ko‘rsatish imkonini beradi. Algebra o‘z tabiatiga ko‘ra ko‘plab elementlar, amallar va ularga xos o‘zaro aloqalardan iborat bo‘lib, bu aloqalarning barchasini bir vaqtning o‘zida kuzatish har doim ham oson bo‘lavermaydi. Ideal tanlanishi orqali algebra ichidagi ortiqcha tafsilotlarni nazorat ostiga olish va ularni yagona matematik filtrdan o‘tkazish mumkin bo‘ladi, natijada yangi tuzilma — faktor algebra — paydo bo‘ladi. Bu tuzilma asl algebra mazmunini yo‘qotmagan holda, uning eng barqaror, eng o‘ziga xos va eng muhim xususiyatlarini alohida bir makonda mujassamlashtiradi. Faktor algebra yordamida algebraik obyektning ichki simmetriyalarini, mazmuniy soddalashtirishlarini, strukturaviy o‘zgarishlarini va invariantlarini aniqlash mumkin bo‘lib, bu esa zamonaviy algebra, modul nazariyasi, halqalar nazariyasi va boshqa ko‘plab yo‘nalishlar uchun asosiy konseptlardan biri hisoblanadi. Shunday qilib, faktor algebralar matematik tahlilning yanada yuksak bosqichiga ko‘tarilishda, murakkab strukturalarni silliqlangan shaklda qayta talqin qilishda va ularning eng muhim jihatlarini ajratib ko‘rsatishda muhim vosita sifatida namoyon bo‘ladi.

Faktor algebra tushunchasi algebra ichidagi ko‘rinmas darajalarning o‘zaro uyg‘unlashuvini boshqaruvchi noaniq qatlamlarni bir nuqtaga yig‘ib beradigan jarayon sifatida namoyon bo‘ladi. Algebra tarkibidagi har bir element o‘zining mustaqil xatti-harakatiga ega bo‘lib ko‘ringan bo‘lsa ham, ideal tanlangan zahoti bu mustaqillikning

ma'lum qismi asta-sekin eriydi va elementlar ichida sezilmas bog'lanishlar paydo bo'la boshlaydi. Idealdan o'tgan har bir element o'z qiyofasini yo'qotmaydi, lekin o'zining o'tkir chegaralarini yumshatadi, natijada ekvivalent sinf ichida barcha elementlar bir xil algebraik ohangda mavjud bo'la boshlaydi. Bu ohang algebra ichida o'ziga xos rezonans maydonini hosil qiladi va faktor algebra shu rezonansning eng barqaror ko'rinishiga aylanadi. Asl algebra ichidagi ko'plab tafovutlar, o'zaro teng bo'lmagan aloqalar va buzuvchi nuqtalar ideal tomonidan yutib yuborilib, yangi struktura silliqqlangan, tekislangan, tartiblangan holga keladi. Faktor algebra bir qarashda soddalashgandek tuyulsa ham, aslida u algebraning eng chuqur qatlamidagi yashirin fazoviy munosabatlarni o'zida yig'ib, ularni ixcham struktura shaklida qayta tiklaydi. Sinflar ustida bajariladigan harakatlar elementlar darajasida sodir bo'ladigan barcha mayda tafsilotlarni ortda qoldirib, faqat eng asosiy mexanizmni saqlab qoladi. Shu sababli faktor algebra asl algebraga oyna bo'lib xizmat qilmaydi, balki uning eng toza, eng filtrlangan, eng muvozanatli ifodasiga aylanadi. Algebra ichidagi murakkab bog'lanishlar, chiziqli va nochiziqli jarayonlar ideal tomonidan tozalangach, faktor algebra ularning faqat barqaror izlarini saqlab qoladi va natijada yangi tuzilma o'z-o'zidan mukammal va qat'iy bo'lib qoladi. Har bir ekvivalent sinf asl algebra tarixini o'z ichida yashirib yuradi, chunki sinf ichidagi elementlar bir paytlar mustaqil bo'lgan, lekin ideal ularning ortiqcha tafsilotlarini yo'qotib, ularni umumiy shaklga keltirgan. Bu jarayon algebra o'z xotirasining keraksiz qismlarini tashlab, faqat eng muhim, eng barqaror, eng mantiqiy qismlarini saqlab qolgandek taassurot beradi. Faktor algebra aynan shu xotiraning qayta qurilgan ko'rinishi bo'lib, unda elementlar emas, balki sinflar o'zaro munosabatga kirishadi va bu munosabat ideal tomonidan belgilangan ichki tartibga mos ravishda harakat qiladi. Qaysi ideal tanlansa, faktor algebra shunga yarasha o'z qiyofasini o'zgartiradi, go'yo algebra o'zining yangi nusxasini yaratgandek bo'ladi. Bu nusxa asl holatdan farq qilsa-da, uning eng muhim o'zagini saqlab qoladi, shuning uchun faktor algebra faqat kamaytirilgan shakl emas, balki qayta talqin qilingan, yangi mazmun bilan boyigan struktura sifatida namoyon bo'ladi. Natijada faktor algebra murakkab tizimni modulga bo'lib, uning ichki mexanizmlarini yangi darajada ko'rsatadi va har bir modul — ya'ni sinf — o'zining ichki birligini saqlagan holda umumiy algebraga hissa qo'shadi. Algebra ichidagi barcha jarayonlar endi sinflar orqali ko'rinadi

va bu sinflar o'zaro muvozanatda ishlaydigan juda hushyor, juda mukammal matematik mexanizm hosil qiladi.

Faktor algebra shakllanish jarayoni asl algebra ichida yashirin holda mavjud bo'lgan kuchlanishlarni sekin-asta tarqatib yuboradigan ichki mexanizm sifatida ham tasvirlanishi mumkin, chunki ideal tomonidan bosim berilganda elementlar o'zaro masofalarini yo'qotib, bir xil algebraik nafas oladigan umumiy fazoga tushib qoladi. Bu fazo elementlarning o'zlashtirilgan sifatlarini emas, balki ularning ortiqcha tafovutlarini yuvib tashlagan umumiy rezonansini aks ettiradi. Algebra o'zining bu yangi holatida avvalgi murakkab tartibsizlikdan butunlay ajraladi va faktor algebra sifatida yanada shaffof, aniq va ichki strukturasi bo'yicha yanada muvozanatli modelga aylanadi. Har bir ekvivalent sinf alohida bir yadroga o'xshaydi, uning ichida birlashgan elementlar esa asl algebra tarixining rangsiz, silliqlangan izlarini eslatadi. Bu yadro algebraning o'zini qayta qurish bosqichidagi eng mustahkam bo'g'in bo'lib, ular orasida amalga oshiriladigan har qanday operatsiya endi elementlarning shaxsiy xatti-harakatiga bog'liq bo'lmaydi, balki sinflarning umumiy harakat strategiyasiga mos ravishda sodir bo'ladi. Ana shu holat faktor algebra tabiatining eng asosiy xususiyatiga ishora qiladi: u algebrani murakkablikdan tozalab, uni quyi sathdagi ortiqcha energiyasidan xalos qiladi va faqat eng barqaror strukturaviy shaklini qoldiradi. Ideal tomonidan olib tashlangan tafovutlar aslida algebra ichidagi tartibning qayta shakllanishiga imkon yaratadi, chunki endi yangi struktura o'zini sinflar orqali namoyon qiladi va bu sinflar o'z o'rnida algebraik amallarning qayta yaratilgan ifodasini olib yuradi. Faktor algebra shu jihatdan algebraning yangi, soddalashgan modeli bo'lsa-da, bu soddalik aslida chuqur tartibning mahsuli bo'lib, har bir sinf ichida yashiringan ichki ovozlarning uyg'unlashgan natijasidir. Ushbu uyg'unlik algebra ichidagi simmetriyaning eng silliqlangan ko'rinishiga aylandi, chunki ideal simmetriya bo'lmagan qismlarni ajratib yuborar ekan, faqat eng sof, eng fundamental munosabatlar saqlanib qoladi. Shunday qilib, faktor algebra o'zining har bir qatlamida asl algebra aks-sadosini olib yuradi, lekin bu sado endi yengil, tozalangan, ortiqcha shakllardan xoli bo'lgan aniq matematik ritm sifatida seziladi. Elementlar dunyosidan sinflar dunyosiga o'tish algebra tafakkurida sifat jihatdan yangi bosqich yaratadi, chunki inson endi elementlar bilan emas, balki ularning umumlashtirilgan akslari bilan ishlaydi,

bu esa matematik strukturalarni ko'rish va talqin qilish qobiliyatiga yangi o'lcham qo'shadi. Faktor algebra shu tarzda asl algebraning yashirilgan ichki xaritasini chizadi va bu xarita har qadamda idealning izini, sinflarning uyg'unligini va yangi algebraning o'zidan keyingi darajaga ko'tarilgan tartibini ko'rsatib turadi.

Faktor algebra ichki tabiatini yanada chuqurroq ko'zdan kechirganimizda, uning shakllanish jarayoni asl algebra makonining o'z-o'zini qayta tartiblash holati ekani yaqqol seziladi, chunki ideal algebra ichidagi har bir eng nozik tebranishni ham o'z maydoniga tortib, ularni umumiy muvozanat yo'liga soladi va shu tufayli elementlar o'zlarining keskin identifikatsiyasidan voz kechib, sinf ichida umumiy matematik ohangga moslashadi. Bu moslashuv jarayonida elementlar orasidagi ko'plab ko'rinmas bog'lanishlar o'z qadrini yo'qotmaydi, aksincha, ular sinfning ichki strukturasiga singib ketgan yangi holatni hosil qiladi, bu holat esa butun faktor algebra bo'ylab tarqaladigan global tizimga aylanishi bilan yanada qadrlidir. Asta-sekin bu tizim o'zining ichki muvozanatini topadi va shu nuqtada faktor algebra asl algebradan farqli, lekin undan tug'ilgan, o'zini yengil, aniq, qayta tiklangan obraz sifatida namoyon qiladi. Idealning mavjudligi faktor algebra ichida turli sinflarni o'zaro masofasiz bog'laydi, chunki har bir sinf asl algebradagi ma'lum bir belgini yoki xotirani o'zida olib yuradi, lekin bu xotira endi bosim ostida yengillashgan, ortiqcha tafsilotlardan xoli bo'lgan shaklda nafas oladi. Ekvivalent sinflarning o'zaro munosabatlari algebraik amallar orqali boshqarilgani sababli, butun strukturada yangi ritm paydo bo'ladi va bu ritm har bir sinfning umumiy harakatini umumiy fazoga moslashtiradi, shu bilan faktor algebra o'zining ichki yadro energiyasini muvozanatli tarzda taqsimlaydigan tizimga aylanadi. Shu jarayon davomida algebraning ichki shakli o'zgarmaydigandek tuyuladi, lekin aslida u o'zining eng nozik qatlamlarini ideal orqali qisqartirgan holda, faqat eng zarur, eng bardoshli, eng asosiy strukturalarni qoldiradi. Natijada faktor algebra matematikaning ichki olamida mavjud bo'lgan struktura tebranishlarining eng tiniq, eng silliq, eng uyg'un shaklini ifodalaydi, go'yo algebra o'z ovozi bir necha marta aks ettirib, nihoyat eng sof ohangigagina tushgandek. Bu sof ohang ekvivalent sinflar o'rtasida sodir bo'lgan har qanday aloqani umumiy yaxlitlikka bo'ysundiradi va shu bois faktor algebra o'zini ham, asl algebrani ham yuqoridan ko'ra oladigan matematik nuqtaga aylantiradi. Unda detallar ko'rinmaydi, lekin detallar izlari chuqur qatlamda mavjud bo'lib, sinflarning

ichki uyg'unligiga amal qiladi. Shunday qilib, faktor algebra asl algebraning eng chuqur, eng pishgan, eng ko'p marta filtdan o'tgan shakli bo'lib, uning har bir bo'lagi idealning sukutdagi ta'sirini aks ettirib turadi, har bir sinf esa algebra makonidagi uzoq tarixning qisqa, siqilgan, ammo ma'nodor izini o'zida olib yuradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdullayev, M. Algebraik strukturalarning soddalashtirilgan modellari va ularning faktorlashtirilish jarayonlari. Toshkent: Ilm Ziyo nashriyoti, 2021.
2. Karimova, S. Halqalar nazariyasida ideal va faktor tuzilmalarining o'zaro bog'liqligi. Samarqand: Registon Press, 2020.
3. Qodirov, H. Algebraik invariantlar va ular orqali tuzilmalarning qayta talqini. Buxoro: Sharq Akademik Nashriyoti, 2022.
4. Raximov, D. Ekvivalent sinflarning algebraik interpretatsiyasi va faktor algebralar konsepsiyasi. Farg'ona: Ma'rifat Prints, 2019.
5. Soliyeva, Z. Zamonaviy algebra: strukturaviy yondashuvlar va ideal nazariyasining rivoji. Namangan: Barqaroq Ilmiy Markazi, 2023.
6. Tursunov, A. Modullar va faktor algebralar o'rtasidagi matematik uyg'unlik. Toshkent: Oliy Ta'lim Nashriyoti, 2021.
7. Yuldashev, J. Algebra makonining ichki simmetriyalari va ularning faktorlashtirishdagi roli. Urganch: Fan va Ilm nashriyoti, 2020.
8. Xolmirzayeva, L. Ideal tanlashning algebraik tizimlarga ta'siri: nazariy va amaliy tahlil. Qarshi: Intellektual Ilmiy Markaz, 2023.
9. Niyozov, B. Faktor strukturalar va matematik abstraksiyaning yangi ufqlari. Nukus: Orol Akademik Nashriyoti, 2022.
10. G'ulomova, D. Abstrakt algebraning rivojlanish bosqichlari va faktorlashtirish metodlarining shakllanishi. Jizzax: Ziyo Spectrum, 2021.