

**UMUMIY AVTOREGRESSIV-SIRG'ALUVCHI O'RTACHA (ARMA)
JARAYONI. ARMA JARAYONLARNI SHAKLLANTIRISH**

Xakimova Ma'mura Muxammadiyevna

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

“Oliy matematika” kafedrası assistenti

mamurah1983@gmail.com

Jumaboyeva Sevinch Xusniddin qizi

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

Buxgalteriya hisobi va menejment fakulteti talabasi

jumaboyevasevinch62@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu akademik maqola Umumiy Avtoregressiv-Sirg'aluvchi O'rtacha (ARMA) jarayonlarini chuqur o'rganadi. Maqolada ARMA modellarining nazariy asoslari, ya'ni avtoregressiv (AR) va sirg'aluvchi o'rtacha (MA) komponentlari batafsil tahlil qilinadi. Statsionarlik va invertibillik shartlarining ARMA modellarining mustahkamligi va talqin qilinishi uchun muhimligi yoritiladi. Shuningdek, Box-Jenkins metodologiyasi doirasida modelni identifikatsiyalashda Avtokorrelatsiya Funktsiyasi (ACF) va Qisman Avtokorrelatsiya Funktsiyasi (PACF) dan foydalanish usullari ko'rsatilgan. Parametrlarni baholash va model diagnostikasi jarayonlari ham muhokama qilinadi. Maqola ARMA jarayonlarini shakllantirishning amaliy jihatlariga e'tibor qaratib, vaqt qatorlari tahlilida ularning muhim rolini ta'kidlaydi.

Kalit so'zlar: Vaqt qatorlari, avtoregressiv, sirg'aluvchi o'rtacha, ARMA, statsionarlik, invertibillik, ACF, PACF, Box-Jenkins

Kirish. Vaqt qatorlari tahlili ko'plab fan sohalarida, jumladan, iqtisodiyot, moliyaviy tahlil, muhandislik va atrof-muhit fanlarida ma'lumotlarni tahlil qilishning muhim vositasi hisoblanadi. Vaqt qatorlari bir vaqtning o'zida

ketma-ket qayd etilgan kuzatuvlar to'plamidir va ularning o'ziga xos xususiyatlari, xususan, kuzatuvlar orasidagi o'zaro bog'liqliklar mavjudligi, standart statistik modellardan farqli yondashuvlarni talab qiladi. Bunday yondashuvlardan biri Umumiy Avtoregressiv-Sirg'aluvchi O'rtacha (ARMA) jarayoni bo'lib, u vaqt qatorlaridagi murakkab dinamikani modellashtirishda keng qo'llaniladi. ARMA modellari vaqt qatorining o'tgan qiymatlari (avtoregressiv qism) va o'tgan xatoliklar (sirg'aluvchi o'rtacha qism) kombinatsiyasi orqali joriy qiymatni prognoz qilishga imkon beradi. Ushbu maqolada ARMA jarayonining nazariy asoslari, uning muhim shartlari, identifikatsiyalash usullari, parametrlarni baholash va amaliy qo'llash jihatlari chuqur o'rganiladi. Maqola ARMA jarayonlarini shakllantirishning ilmiy va amaliy jihatlari o'rganiladi. Maqola ARMA jarayonlarini shakllantirishning ilmiy va amaliy jihatlari o'rganiladi. Maqola ARMA jarayonlarini shakllantirishning ilmiy va amaliy jihatlari o'rganiladi.

Asosiy qism. ARMA(p,q) jarayoni vaqt qatorini modellashtirishning qudratli vositasi bo'lib, u avtoregressiv (AR) va sirg'aluvchi o'rtacha (MA) modellarining kombinatsiyasidir. AR(p) modeli vaqt qatorining joriy qiymatini o'tgan p-ta qiymatlarining chiziqli kombinatsiyasi va tasodifiy xatolik orqali ifodalaydi. Matematik jihatdan u quyidagicha yoziladi:

Bu yerda y_t joriy vaqtdagi kuzatuv, ϕ_i avtoregressiv koeffitsientlar, ϵ_t esa oq shovqin jarayonidir (ya'ni, o'rtacha qiymati nolga teng, doimiy dispersiyaga ega va korrelatsiyalashmagan xatoliklar). AR modeli "xotiraga" ega jarayonlarni modellashtirish uchun javob beradi, bunda vaqt qatorining joriy holati uning o'tgan holatlaridan bog'liq bo'ladi.

MA(q) modeli esa vaqt qatorining joriy qiymatini oq shovqinning joriy va o'tgan q-ta qiymatlarining chiziqli kombinatsiyasi orqali ifodalaydi. MA(1) modelini misol qilib oladigan bo'lsak, u $y_t = \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}$ ko'rinishida bo'ladi, bu yerda ϵ_t oq shovqin zarbasi, θ_1 esa sirg'aluvchi o'rtacha koeffitsientidir [3]. Umumiy MA(q) modeli esa quyidagicha yoziladi:

Bu yerda y_t joriy vaqtdagi kuzatuv, m o'rtacha qiymat, θ_i sirg'aluvchi o'rtacha koeffitsientlar, ϵ_t esa oq shovqin jarayonidir. MA modeli vaqt

qatoridagi "shoklarning" tarqalish effektini modellashtirish uchun ishlatiladi, bunda joriy qiymat nafaqat joriy shovqindan, balki o'tgan shovqinlardan ham ta'sirlanadi. MA(1) jarayoni uchun shartli bo'lmagan o'rtacha 0 ga, shartli bo'lmagan dispersiya esa $s^2(1+q^2)$ ga teng bo'lib, q ning absolut qiymati oshishi bilan ortadi [3].

ARMA(p,q) modeli AR(p) va MA(q) modellarini birlashtirib, vaqt qatoridagi ham avtoregressiv, ham sirg'aluvchi o'rtacha xususiyatlarni bir vaqtning o'zida modellashtirish imkonini beradi:

ARMA modellarini qo'llashda ikkita muhim shart – statsionarlik va invertibillik – modelning mustahkamligi va ishonchliligini ta'minlash uchun hal qiluvchi ahamiyatga ega.

Statsionarlik: Vaqt qatorining statsionarligi uning statistik xususiyatlari (o'rtacha, dispersiya va avtokovariatsiya) vaqt o'tishi bilan o'zgarmasligini anglatadi. Qat'iy statsionarlik va zaif statsionarlik tushunchalari mavjud bo'lib, ARMA modellarida odatda ikkinchisi talab qilinadi. AR modeli statsionar bo'lishi uchun uning avtoregressiv koeffitsientlari yig'indisi birdan kichik bo'lishi talab etiladi. Bu shart, modelning vaqt o'tishi bilan doimiy dispersiyani saqlashini va uzoq kuzatuvlarning yaqin kuzatuvlarga nisbatan ko'proq ta'sir ko'rsatmasligini ta'minlaydi [1]. MA(1) jarayonlari har doim kovariatsiya statsionar hisoblanadi [3].

Statsionarlikni tekshirishning qo'shimcha usuli sifatida avtokorrelatsiya funksiyasining tezda nolga yaqinlashib borishini kuzatish ham mavjud [1]. Statsionar bo'lmagan vaqt qatorlari bilan ishlashda, ular odatda farqlash (differencing) orqali statsionar holga keltiriladi. Bu jarayon avtoregressiv integral-sirg'aluvchi o'rtacha (ARIMA) modellarining asosini tashkil etadi.

Invertibillik: MA modeli uchun invertibillik sharti, modelning cheksiz AR representatsiyasi sifatida ifodalanishi mumkinligini anglatadi. MA(1) jarayoni uchun invertibillik sharti $|q| < 1$ bo'lib, bu shart ostida u cheksiz avtoregressiv ko'rinishda ($y_t = e_t + qy_{t-1} - q^2y_{t-2} + q^3y_{t-3} - \dots$) konvergensiya qiladi [3].

Invertibillik, MA komponentasining oq shovqin xatoliklari o'tgan kuzatuvlar yordamida baholanishi mumkinligini ta'minlaydi, bu esa modelni talqin qilish va parametrlarini baholash uchun muhimdir. Statsionarlik kabi, invertibillik ham modelning doimiy dispersiyasini va uzoq kuzatuvlarning ortiqcha ta'sirini cheklashini ta'minlaydi [1].

ARMA modellarini identifikatsiyalash Box-Jenkins metodologiyasining birinchi bosqichidir. Bu bosqichda vaqt qatoriga eng mos keladigan AR(p) va MA(q) komponentlarining tartibi (p va q) aniqlanadi. Bunda Avtokorrelatsiya Funktsiyasi (ACF) va Qisman Avtokorrelatsiya Funktsiyasi (PACF) asosiy vosita sifatida xizmat qiladi.

ACF, vaqt qatorining joriy qiymati bilan uning o'tgan qiymatlari orasidagi korrelatsiyani o'lchaydi.

PACF esa joriy qiymat bilan o'tgan qiymat orasidagi korrelatsiyani, oradagi barcha qiymatlarning ta'sirini hisobga olgan holda o'lchaydi.

AR(p) jarayonlari uchun PACF p kechikishdan keyin nolga tushadi, ACF esa asta-sekin pasayadi [4]. MA(q) jarayonlari uchun esa ACF q kechikishdan keyin nolga tushadi, PACF esa asta-sekin pasayadi [4]. ARMA(p,q) modellarida esa na ACF, na PACF chekli kechikishdan keyin nolga tushmaydi, bu esa parametrlarni identifikatsiyalashni murakkablashtiradi [4]. Shunga qaramay, ularning pasayish shakllarini tahlil qilish (eksponensial yoki sinusli) p va q ning taxminiy qiymatlarini aniqlashga yordam beradi.

Modelni identifikatsiyalash: Yuqorida qayd etilganidek, vaqt qatorining statsionarligini tekshirish va agar zarur bo'lsa, uni differensiyalash. Keyin ACF va PACF grafiklarini tahlil qilish orqali AR va MA komponentlarining tartibini (p va q) aniqlash.

Parametrlarni baholash: Tanlangan ARMA(p,q) modeli uchun parametrlar (f_i , q_i va dispersiya) maksimal ehtimollik (Maximum Likelihood Estimation - MLE) yoki kichik kvadratlar (Least Squares Estimation) kabi usullar yordamida baholanadi.

Model diagnostikasi: Baholangan modelning qoldiqlarining oq shovqin ekanligini tekshirish. Agar qoldiqlar oq shovqin bo'lmasa, model noto'g'ri tanlangan yoki kamchiliklarga ega bo'lishi mumkin. Ljung-Box testi kabi testlar qoldiqlardagi avtokorrelatsiyani tekshirish uchun ishlatiladi.

Prognozlash: Tasdiqlangan model kelajakdagi qiymatlarni prognozlash uchun ishlatiladi.

Model identifikatsiyasidan so'ng, tanlangan ARMA(p,q) modelining parametrlari baholanadi. Zamonaviy statistik dasturlar, masalan, R, Python, SAS, Stata, ARMA parametrlarini baholash uchun keng imkoniyatlarni taqdim etadi. Odatda maksimal ehtimollik usuli qo'llaniladi, chunki u katta namunalar uchun asimptotik samaradorlik va mustahkamlikni ta'minlaydi.

Parametrlar baholangach, modelning qanchalik yaxshi ishlashini tekshirish uchun model diagnostikasi o'tkaziladi. Bu bosqichda modelning qoldiqlari (observatsiyalar va model prognozlari o'rtasidagi farqlar) tahlil qilinadi. Ideal holda, qoldiqlar oq shovqin xususiyatlariga ega bo'lishi kerak:

O'rtacha qiymati nolga teng.

Doimiy dispersiyaga ega.

Bir-biri bilan korrelatsiyalashmagan.

Qoldiqlar ACF va PACF grafiklarini tekshirish orqali ularda statistik ahamiyatli korrelatsiyalar mavjudligini aniqlash mumkin. Shuningdek, Ljung-Box testi kabi formal testlar qoldiqlardagi avtokorrelatsiyaning statistik ahamiyatini baholaydi. Agar diagnostika natijalari qoldiqlarda oq shovqin xususiyatlarining yo'qligini ko'rsatsa, model identifikatsiyalash bosqichiga qaytib, modelning tartibini (p va q) o'zgartirish yoki boshqa model turini tanlash kerak bo'lishi mumkin. Modelni tanlashda AIC (Akaike Information Criterion) va BIC (Bayesian Information Criterion) kabi ma'lumot mezonlari ham muhim rol o'ynaydi. Bu mezonlar modelning mos kelishini va murakkabligini muvozanatlashga yordam beradi, pastroq AIC/BIC qiymatlari yaxshiroq modelni ko'rsatadi [4].

ilmiy –amaliy anjuman

ARMA jarayonlarini shakllantirish deganda, amaliy ma'lumotlarga ARMA modellarini moslash va ulardan turli maqsadlarda foydalanish tushuniladi. Ushbu jarayon odatda quyidagi amaliy bosqichlarni o'z ichiga oladi:

Ma'lumotlarni yig'ish va oldindan ishlov berish: Vaqt qatori ma'lumotlari to'planadi. Ko'pincha, xom ma'lumotlar log-transformatsiyalanishi kerak bo'lishi mumkin, masalan, GNP ma'lumotlari kabi [4]. Bu jarayon ko'pincha dispersiyani barqarorlashtirishga yordam beradi.

Statsionarlikni ta'minlash: Yuqorida aytib o'tilganidek, ko'plab real vaqt qatorlari statsionar emas. Differensiyalash usuli statsionarlikka erishish uchun keng qo'llaniladi. Masalan, GNP ma'lumotlari log-transformatsiyadan so'ng differensiyalangan [4]. Differensiyalash soni "d" bilan belgilanib, modelni ARIMA(p,d,q) ga aylantiradi.

Model identifikatsiyasi: Differensiyalangan statsionar qator uchun ACF va PACF grafiklari tahlil qilinadi. Bu p va q ning mumkin bo'lgan qiymatlarini aniqlashga yordam beradi. Ba'zan, bir nechta potensial model nomzodlari mavjud bo'lishi mumkin.

Model tanlovi va parametrlarni baholash: Bir nechta ARMA(p,q) modellarini sinovdan o'tkazish, ularning AIC va BIC qiymatlarini solishtirish orqali eng yaxshi modelni tanlash mumkin. Masalan, GNP ma'lumotlariga ARMA(1,1) modeli moslashtirilganda, AIC -1856.999 va BIC -1842.014 qiymatlari olingan [4]. Avtomatik model tanlash jarayonlari p va q ning maksimal qiymatlari (masalan, $p_{max}=5$, $q_{max}=5$) doirasida eng yaxshi modelni AIC va BIC asosida aniqlashga yordam beradi [4].

Model diagnostikasi: Tanlangan modelning qoldiqlarining oq shovqin xususiyatlarini tekshirish.

Prognozlash va talqin qilish: Tasdiqlangan ARMA modeli kelajakdagi qiymatlarni prognoz qilish uchun ishlatiladi. Masalan, moliyaviy bozorlardagi narxlar, iqtisodiy ko'rsatkichlar, ob-havo sharoitlari va boshqalarni prognoz

qilishda ARMA modellaridan foydalanish mumkin. Ular, shuningdek, vaqt qatoridagi ichki dinamikani tushunishga yordam beradi.

Misol (ARMA(1,1) jarayon)

Quyidagi jarayon berilgan bo'lsin:

$$X_t = 0.6X_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Bu yerda:

$$\phi_1 = 0.6 \rightarrow \text{AR qismi}$$

$$\theta_1 = 0.4 \rightarrow \text{MA qismi}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

Masala:

Agar

$$X_0 = 0$$

$$\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = -0.5$$

bo'lsa, X_1 va X_2 ni toping.

Yechim:

1-qadam: X_1 ni hisoblaymiz

$$X_1 = 0.6X_0 + 0.4\varepsilon_0 + \varepsilon_1$$

Odatda $\varepsilon_0 = 0$ deb olinadi:

$$X_1 = 0 + 0 + 1 = 1$$

2-qadam: X_2 ni hisoblaymiz

$$X_2 = 0.6X_1 + 0.4\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad X_2 = 0.6 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 + (-0.5) \quad X_2 = 0.6 + 0.4 - 0.5 = 0.5$$

Natija:

$$X_1 = 1$$

$$X_2 = 0.5$$

Xulosa. Umumiy Avtoregressiv-Sirg'aluvchi O'rtacha (ARMA) jarayoni vaqt qatorlari tahlilida markaziy o'rinni egallaydi. Ushbu maqolada ARMA modellarining nazariy asoslari, ya'ni AR va MA komponentlarining chuqur o'rganilishi, ularning har birining individual xususiyatlari va birgalikdagi ta'siri

ilmiy –amaliy anjuman

ko'rsatib o'tildi. Statsionarlik va invertibilik shartlarining modelning barqarorligi va talqin qilinishi uchun muhimligi alohida ta'kidlandi, chunki bu shartlar modelning doimiy dispersiyani saqlashini va uzoq kuzatuvlarning ortiqcha ta'sirini cheklashini ta'minlaydi. Box-Jenkins metodologiyasi doirasida modelni identifikatsiyalashda ACF va PACF ning rolini o'rganish, ARMA modellarini shakllantirishda muhim amaliy qadamni tashkil etadi. Parametrlarni baholash va model diagnostikasi bosqichlari modelning ishonchliligini ta'minlash va uning amaliy qo'llanilishidan oldin to'g'riligini tekshirish uchun zarurdir. ARMA jarayonlarini shakllantirishning amaliy jihatlari, ma'lumotlarni oldindan qayta ishlashdan tortib, modelni tanlash va prognozlashgacha bo'lgan barcha bosqichlarni o'z ichiga oladi. Xulosa qilib aytganda, ARMA modellari vaqt qatorlaridagi murakkab dinamikani modellashtirish va kelajakdagi tendensiyalarni prognoz qilish uchun kuchli va moslashuvchan vosita bo'lib xizmat qiladi, ammo ularni samarali qo'llash uchun nazariy asoslarni va amaliy bosqichlarni chuqur tushunish talab etiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdullaev O.M., Jamalov M.S. – Ekonometricheskoe modelirovanie. Toshkent: Fan va texnologiya, 2010.
2. Shodiev T.Sh. va boshqalar – Ekonometrika. Toshkent: TDIU, 2007.
3. Kremer N.Sh. – Ekonometrika. Moskva: YuNITI-DANA, 2008.
4. Eliseeva I.I. va boshqalar – Ekonometrika. Moskva: Finansovaya statistika, 2007.
5. Magnus Ya.R., Katysheva P.K., Perestetskiy A.A. – Ekonometrika. Moskva: Delo, 2005.
6. Christopher Dougherty – Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011.

7. Shodi o'g'li, R. S. (2026). BUXGALTERIYADA AXBOROT TECHNOLOGIYALARINI QO'LLANILISHI. *Лучшие интеллектуальные исследования*, 60(1), 84-91.
8. Yule, G. U. "Nega biz ba'zan vaqt qatorlari orasida mantiqsiz korrelyatsiyalar olamiz — Tanlash va vaqt qatorlarining tabiati bo'yicha tadqiqot." *Qirolik Statistika Jamiyati Jurnali*, vol. 89, no. 1, 1926, pp. 1-64.
9. Shodi o'g'li R. S., Ilkhomovna S. H. Y. AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA XIZMATLARI SOHASIDAGI KORXONALAR RIVOJLANISHINI BOSHQARISH TIZIMI // *Лучшие интеллектуальные исследования*. – 2025. – Т. 58. – №. 6. – С. 7-13.
10. Farxodovich, Boronov Bobur, and Rajaboyev Shahboz Shodi o'g'li. "MECHANISMS FOR USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY SERVICES IN THE ELECTRONIC GOVERNMENT SYSTEM OF UZBEKISTAN AND THEIR EFFECTIVENESS." *Лучшие интеллектуальные исследования* 59.2 (2025): 285-292.
11. Боронов, Б., & Мухаммадиев, З. (2025). ПУТИ РАСШИРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЪЕМА УЧЕТА КАПИТАЛЬНЫХ ВЛОЖЕНИЙ В ХОЗЯЙСТВУЮЩИЕ СУБЪЕКТЫ. *Передовая экономика и педагогические технологии*, 2(2), 444-50.